

Визначення нагельних сил в поздовжній арматурі і жорсткості при крученні залізобетонних елементів з нормальними тріщинами

Талят Азізов¹, Дмитро Кочкар'юв², Олена Нагайчук³

^{1,3} Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини
2, вул. Садова, Умань, Україна, 20300

² Національний університет водного господарства та природокористування,
11, вул. Соборна, Рівне, Україна, 33028

¹taljat999@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0001-9621-9805>

²d.v.kochkarev@nuwm.edu.ua, <http://orcid.org/0000-0002-4525-7315>

³nagaychuk.o.v.@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0001-6028-7400>

DOI: 10.32347/2522-4182.7.2020.23-31

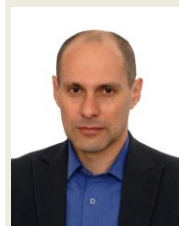
Анотація. У статті приведена методика визначення нагельних сил у поздовжній арматурі та жорсткості при крученні залізобетонного елемента з нормальними тріщинами. Для визначення взаємного переміщення берегів нормальної тріщини розглядається плоский поворот перерізу відносно центру кручення. При визначенні центру кручення врахована деформація поздовжньої арматури від зминання бетону під її поверхнею. Показано, що зовнішній крутний момент сприймається за рахунок чистого кручення, а також за рахунок зсуву в поздовжній арматурі та бетоні (стиснутої від згину зони). Частина зовнішнього крутного моменту, що сприймається бетоном зони без тріщин, горизонтальною і вертикальною складовими нагельних сил у поздовжній арматурі, пропорційні їх зсувним і крутильним жорсткостям. Після визначення нагельних сил у поздовжній арматурі визначається повне переміщення в тріщині, а потім і крутильна жорсткість елементів. Приведений повний алгоритм визначення крутильної жорсткості елементів із нормальними тріщинами.

Використання запропонованої методики дозволяє дослідити вплив великої кількості факторів на напружено-деформований стан при крученні залізобетонних елементів із нормальними тріщинами, що при використанні складних обчислювальних програмних комплексів представляє великі труднощі, так як при цьому вимагається моделювання з використанням об'ємних скінчених елементів. У цьому є перевага запропонованого методу. Для прикладу представлені графіки залежності нагельних сил у поздовжній арматурі, а також



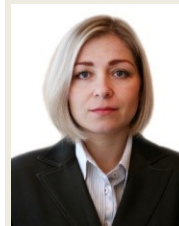
Талят Азізов

завідувач кафедри
техніко-технологічних дисциплін,
охорони праці та безпеки
життєдіяльності
д.т.н., професор



Дмитро Кочкар'юв

професор кафедри міського
будівництва та
господарства
д.т.н., професор



Олена Нагайчук

доцент кафедри
техніко-технологічних дисциплін,
охорони праці та безпеки
життєдіяльності
к.п.н.

моменту, який сприймається частиною бетону без тріщин, від висоти нормальної тріщини.

Отримання таких залежностей при моделюванні в програмних комплексах потребує великих трудовитрат та використання не завжди доступних програмних комплексів.

Представлений підхід не складно розповсюдити на елементи не прямокутного перерізу. При цьому слід також розглянути плоский поворот відносно центру кручення з повною аналогією всіх міркувань, наведених у цій статті.

Ключові слова. Залізобетонний елемент; крутильна жорсткість; нормальна тріщина; нагельна сила; кручення.

АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

При просторовій роботі перекриттів, мостів та інших складних статично невизначених систем перерозподіл зусиль між їх окремими елементами залежить від співвідношення крутильних і згинальних жорсткостей цих елементів [1-3]. У залізобетонних конструкціях на ці жорсткості істотно впливають просторові, нормальні і похилі тріщини.

Згинальні жорсткості залізобетонних елементів з тріщинами досліджені досить широко. Більшість робіт, пов'язаних з деформаціями при крученні припускають наявність просторової тріщини [4-16]. Причому це стосується як звичайних залізобетонних елементів, так і посиленних різними способами. Однак такі методики не прийнятні для розрахунку переміщень при крученні елементів з нормальними тріщинами, які утворюються від згинальних напружень.

Крутильна жорсткість залізобетонних

елементів з нормальними тріщинами досліджена в роботах [17-23]. Згідно цих досліджень при визначенні жорсткості при крученні слід спочатку розсікти подовжню арматуру, потім визначити взаємне зміщення берегів тріщини. Після цього визначається нагельна сила в подовжній арматурі і жорсткість елемента з нормальними тріщинами. Перша частина завдання є наближеною при вирішенні аналітичними методами і дуже трудомісткою при вирішенні за допомогою моделювання об'ємними скінченими елементами. У світлі цих проблем актуальною стає розробка методики визначення жорсткості при крученні елементів з нормальними тріщинами без проміжних трудомістких етапів.

У зв'язку з вищесказаним метою цієї статті є розробка методики визначення нагельної сили в подовжній арматурі і крутильної жорсткості з розгляду деформацій безпосередньо в нормальній тріщині.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Розглянемо залізобетонний елемент з нормальними тріщинами (рис.1).

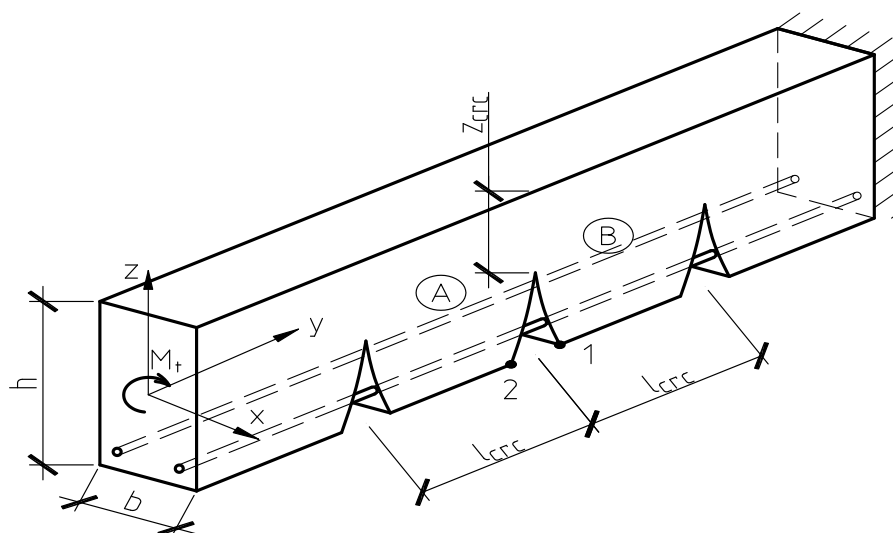


Рис. 1. Схема залізобетонного елемента з нормальними тріщинами при крученні
Fig.1. The Scheme of a reinforced concrete element with normal cracks at torsion

На рисунку 1 через l_{crc} позначено відстань між нормальними тріщинами (яка може бути визначена будь-яким відомим методом, в тому числі методом, розглянутим в нормативних документах). Від блоку A до блоку B крутний момент передається через частину бетону без тріщин висотою Z_{crc} і поздовжню арматуру за рахунок нагельної сили, що виникає в цій арматурі. Після визначення нагельної сили в поздовжній арматурі визначається крутильна жорсткість елемента з нормалью тріщи-

ною. Для визначення нагельних сил в поздовжній арматурі розглянемо деформований стан безпосередньо в нормальній тріщині (рис. 2).

Розглядається елемент з одиничною товщиною (розмір в напрямку осі Y на рис. 2 дорівнює одиниці). Тоді кут повороту θ буде відносним кутом. Перетин повертається відносно центру жорсткостей (на рис. 2 позначений через O).

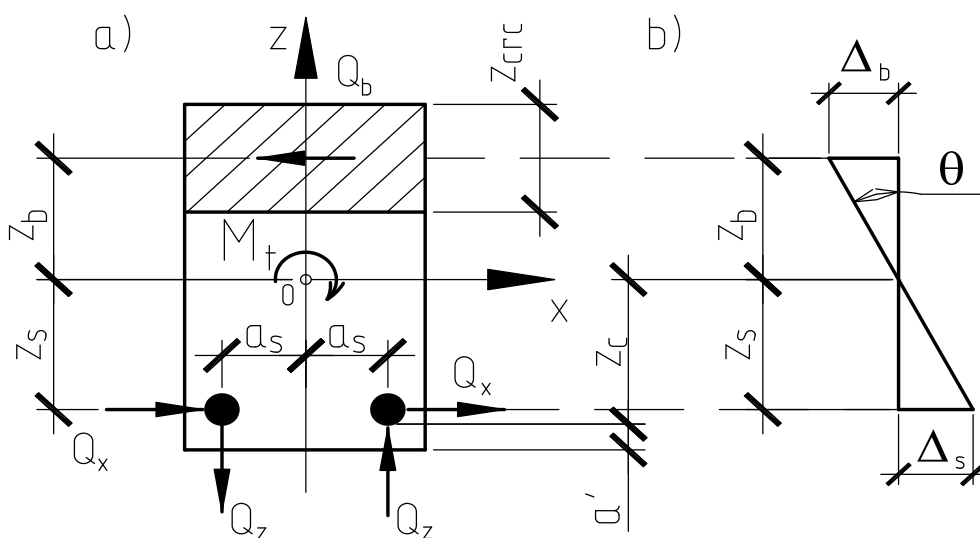


Рис. 2. Схема зусиль (а) і повороту (б) в перерізі з тріщиною
Fig.2. The Scheme of forces (a) and rotation (b) in cross section with a crack

З причини симетрії перетину і армування, в напрямку осі X центр жорсткостей знаходиться в середині ширини перерізу. У напрямку осі Z положення центру жорсткостей (центру кручення) визначиться за формулою:

$$Z_c = \frac{Z_{crc}b(h - a^l - Z_{crc}/2) + 2A_s d_s / 2 \cdot \alpha}{Z_{crc}b + 2A_s \alpha} \quad (1)$$

де

a^l – захисний шар арматури (див. рис. 2,а);

$\alpha = (G_s/G_b)K_{nag}$ – відношення модуля зсуву арматури G_s та бетону G_b з урахуванням піддатливості арматури в напрямку дії нагельної сили.

Відмінність виразу (1) від загальноприйнятого визначення положення центру жорсткостей тільки в тому, що відношення модулів зсуву α множиться на коефіцієнт $K_{nag} < 1$, що враховує змінання бетону під арматурою при прикладенні до неї зусилля, перпендикулярного її осі. Визначення цього коефіцієнта наведено нижче.

При повороті перерізу відносно центру жорсткостей зовнішній крутний момент M_t сприймається за рахунок опору чистому крученню $M_{s,b}$ і опору зсуву при повороті всього перерізу M_ω .

Момент, що сприймається за рахунок чистого кручення визначається за формулою:

$$M_{s,b} = \theta(GJ_b + 2 \cdot GJ_s) \quad (2)$$

де

GJ_b – крутильна жорсткість бетонного прямокутника зі сторонами Z_{crc} та b відносно його центра ваги;

GJ_s – крутильна жорсткість одного арматурного стрижня.

Момент від зсуву в результаті повороту визначиться за формуле (див. рис. 2):

$$M_{\omega} = Q_b Z_b + 2 \cdot Q_x Z_s + 2 \cdot Q_z a_s \quad (3)$$

В той же час величина зсувної сили Q_b , визначається за відомою формулою зсуву:

$$Q_b = \Delta_b G_b A_b \quad (4)$$

де Δ_b – зсув прямокутника площею перерізу $A_b = Z_{crc} \cdot b$ від сили Q_b (рис. 3).

Величина Δ_b визначається з схеми за рис. 2,б від повороту на кут θ :

$$\Delta_b = \theta \cdot Z_b \quad (5)$$

Тоді величина Q_b визначиться за формулою:

$$Q_b = \theta \cdot Z_b G_b A_b \quad (7)$$

Аналогічно визначаються сили Q_x та Q_z :

$$Q_x = \theta \cdot Z_s G_s A_s; \quad (8)$$

$$Q_z = \theta \cdot a_s G_s A_s$$

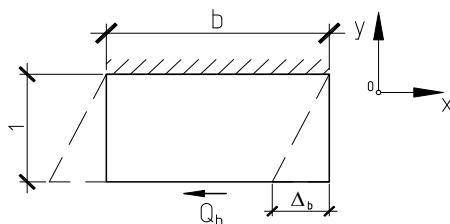


Рис. 3. Схема для визначення переміщення Δ_b при зсуві

Fig.3. Scheme for determining the displacement Δ_b during shear

Слід зазначити, що в формулах (8) модуль зсуву арматури G_s повинен бути помножений на коефіцієнт K_{nag} , описаний вище, визначення якого наведено нижче.

Підставляючи в (3) вирази для Q_b , Q_x , Q_z за (7) і (8) та враховуючи, що зовнішній момент M_t дорівнює сумі моментів за (2) і (3), остаточно отримаємо вираз для зовнішнього крутного моменту:

$$M_t = \theta \left[GJ_b + 2 \cdot GJ_s + Z_b^2 G_b A_b + 2 \cdot G_s A_s K_{nag} (Z_s^2 + a_s^2) \right] \quad (9)$$

Всі величини в квадратних дужках виразу (9) відомі. Отже, знаючи кут повороту θ , легко визначити частку крутного моменту M_t , що сприймає бетонна частина або арматурний стрижень. При відомому значенні крутного моменту, що сприймає арматурний стержень не важко визначити значення нагельної сили Q_x і Q_z .

Аналогічно вирішується задача з іншим числом стержнів поздовжньої арматури і з перетином, відмінним від прямокутного.

Після визначення нагельних сил величина взаємного зміщення берегів нормальної тріщини буде визначена за емпіричною формулою [24]:

$$\Delta_{loc,x,z} = 1000 \frac{Q^2}{d_s^3 E_b^2} + \frac{Q}{d_s E_b} \quad (10)$$

де d_s , E_b – відповідно діаметр арматури і модуль деформації бетону.

При цьому для визначення горизонтальної складової $\Delta_{loc,x}$ в формулу (10) замість Q слід підставити величину Q_x ; при визначенні $\Delta_{loc,z}$ – величину Q_z .

Далі визначається повне переміщення в тріщині:

$$\Delta_{loc} = 2 \sqrt{\Delta_{loc,x}^2 + \Delta_{loc,z}^2} \quad (11)$$

У виразі (11) права частина помножена на 2, тому що нагельні сили зминають бетон з двох сторін від нормальної тріщини.

Після визначення повного переміщення за (11) неважко визначити крутильну жорсткість B_{crc} елемента з нормальними тріщинами, розташованими на відстані l_{crc} одна від одної:

$$B_{crc} = \frac{\Delta_{bl}}{\Delta_{bl} + \Delta_{loc}} B_{t,0} \quad (12)$$

де Δ_{bl} – переміщення від кручення суцільного блоку довжиною l_{crc} з повною висотою перерізу; $B_{t,0}$ – крутильна жорсткість елемента без тріщини (початкова крутильна жорсткість).

Розглянемо тепер методику визначення коефіцієнта K_{nag} , що входить в

формулу (1). Для цього розглянемо деформацію консольного нагелю (арматури, під дією зсуву поперечною силою Q , яка прикладена перпендикулярно її осі) (рис. 4).

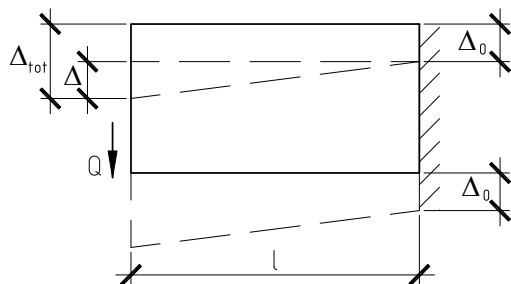


Рис. 4. Схема до визначення коефіцієнта K_{nag}
Fig.4. The Scheme to determine the coefficient K_{nag}

Переміщення Δ від зсуву елемента довжиною l (див. рис. 4) визначається за відомою формулою зсуву:

$$\Delta = \frac{Q \cdot l}{G \cdot A} \quad (13)$$

де A – площа перерізу консольного стрижня.

Однак, арматурний стрижень переміщується не тільки від зсуву, але і від зминання бетону під його поверхнею в місці закладення. Це переміщення позначено на рис. 4 через Δ_0 .

Це переміщення найправильніше визначати за емпіричною формулою [24] для анкера, навантаженого поперечною силою (див. формулу 10):

$$\Delta_0 = 1000 \frac{Q^2}{d_s^3 E_b^2} + \frac{Q}{d_s E_b} \quad (14)$$

Сумарне переміщення кінця стрижня дорівнюватиме (див. рис. 4):

$$\Delta_{tot} = \Delta + \Delta_0 \quad (15)$$

З огляду на факт, що ми розглядаємо перетин одиничної ширини (див. вище), то довжину консолі l на рис. 1 слід прийняти рівною одиниці.

Позначимо модуль зсуву умовного еквівалентного стрижня довжиною $l=1$ через G_{ekv} .

Переміщення цього стрижня дорівнює

Δ_{tot} (тобто з урахуванням не тільки зсуву Δ , а й переміщення опори Δ_0).

Тоді переміщення цього еквівалентного стрижня дорівнюватиме:

$$\Delta_{tot} = \frac{Q \cdot (l=1)}{G_{ekv} A_s} \quad (16)$$

Знаючи модуль зсуву еквівалентного стержня, визначимо коефіцієнт $K_{nag} < 1$:

$$K_{nag} = G_{ekv} / G_s, \quad (17)$$

звідки легко знайти G_{ekv} . Коефіцієнт K_{nag} враховує змінювання бетону під її поверхнею.

Алгоритм визначення нагельної сили і жорсткості при крученні виглядає наступним чином.

1. Задаємо довільне значення θ_0 відносного кута повороту в перерізі.

2. Визначаємо частку крутного моменту, що припадає на кожну складову виразу (9):

$$\begin{aligned} M_b &= \theta_0 \cdot GJ_b; \\ M_s &= \theta_0 \cdot GJ_s; \\ M_{Qb} &= \theta_0 \cdot Z_b^2 G_b A_b; \\ M_{Qx} &= \theta_0 \cdot 2 \cdot G_s A_s K_{nag} Z_s^2; \\ M_{Qz} &= \theta_0 \cdot 2 \cdot G_s A_s K_{nag} a_s^2 \end{aligned} \quad (18)$$

де позначений крутний момент, що сприймається відповідно:

M_b - бетоном зони без тріщин;

M_s - стрижнями арматури при їх чистому крученні;

M_{Qb} - від зсуву зони бетону без тріщин;

M_{Qx} - нагельною силою Q_x ;

M_{Qz} - нагельною силою Q_z .

3. Обчислюємо сумарний момент $M_{t,0}$, що сприймається перетином при його повороті на даний кут θ_0 .

$$\begin{aligned} M_{t,0} &= M_b + M_s + M_{Qb} + \\ &+ M_{Qx} + M_{Qz} \end{aligned} \quad (19)$$

4. Обчислюємо новий кут повороту перетину θ , при якому сумарний крутний момент в перерізі $M_{t,0}$ буде дорівнювати зовнішньому крутному моменту M_t

$$\theta = \theta_0 \frac{M_{t,0}}{M_t} \quad (20)$$

5. За формулою (18) обчислюємо реальні моменти, які сприймаються окремими елементами (M_b , M_{Qb} , M_s , M_{Qx} , M_{Qz}) з підстановкою замість θ_0 величини θ .

6. Знаючи всі складові крутного моменту, обчислюємо нагельні сили Q_x і Q_z :

$$Q_b = M_{Qb} / Z_b; Q_x = M_{Qx} / Z_s; \quad (21)$$

$$Q_z = M_{Qz} / a_s$$

7. За формулою (12) з урахуванням (10) і (11) обчислюємо крутильну жорсткість елемента B_{cre} .

Перевага розробленого в статті методу полягає в тому, що він не вимагає ні використання складних програмних комплексів для моделювання об'ємними скінченими елементами, ані навіть комп'ютерної техніки взагалі, тому що крутильна жорсткість визначається за простими формулами, і усі величини можна обчислити «вру-

чну».

Наведена методика дозволяє досить просто отримати залежності нагельних сил в поздовжній арматурі від висоти тріщини, розмірів поперечного перерізу, діаметра арматури і т.п.

Як приклад на рис. 5 наведено залежності зсувної сили в бетоні Q_b , нагельних сил Q_x , нагельних сил Q_z (рис. 5, а) і моменту M_b (рис. 5, б) від висоти нормальної тріщини h_{cre} для балки перетином 100x200 мм, з двома стрижнями поздовжньої арматури діаметром 10мм, захисний шар арматури дорівнює 20 мм.

З рисунка видно, що нагельні сили в арматурі і зсувна сила в бетоні практично лінійно зростають з ростом висоти нормальної тріщини.

Крутний момент M_b , що сприймається бетонною частиною перетину, навпаки, практично лінійно зменшується з ростом висоти нормальної тріщин.

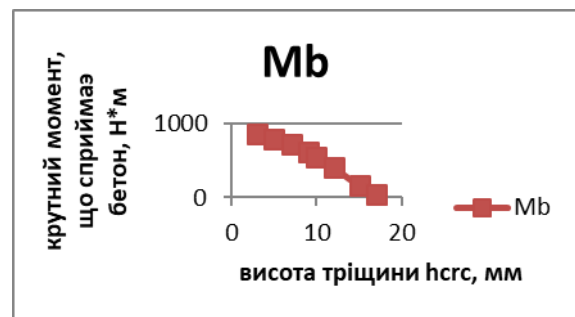
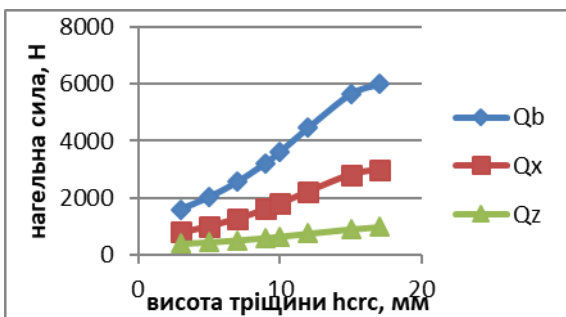


Рис. 5. Залежність Q_b , Q_x та Q_z (а) і моменту M_b (б) від висоти нормальної тріщини
Fig. 5. The Dependence of Q_b , Q_x and Q_z (a) and moment M_b (b) on the height of a normal crack

Використання запропонованої методики дозволяє досліджувати вплив великої кількості факторів на напружено-деформований стан при крученні залізобетонних елементів з нормальними тріщинами, що при використанні складних обчислювальних програмних комплексів представляє великі труднощі, тому що при цьому потрібно моделювання об'ємними скінченими елементами. У цьому полягає перевага запропонованого методу.

Запропонований підхід неважко поширити і на елементи не прямокутного перетину. При цьому слід також розглянути

плоский поворот відносно центру кручення з повною аналогією всіх міркувань, наведених в даній статті.

ВИСНОВКИ І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

У статті наведено методику визначення нагельних сил в поздовжній арматурі і жорсткості при крученні залізобетонного елемента з нормальною тріщиною. Для визначення взаємного зсуву берегів нормальної тріщини розглянуто плоский поворот перерізу відносно центру кручення.

Зовнішній крутний момент сприймається за рахунок чистого кручення, а також від зсуву в поздовжній арматурі і бетони. Частини зовнішнього крутного моменту, що сприймає зона бетону без тріщин, горизонтальна і вертикальна складові нагельних сил в поздовжній арматурі пропорційні їх зсувними і крутильним жорсткостям. Після визначення нагельних сил в поздовжній арматурі визначається повне переміщення в тріщині, а потім і крутильна жорсткість елемента. Наведено повний алгоритм визначення жорсткості при крученні залізобетонних елементів з нормальними тріщинами.

У перспективі передбачається експериментальне коригування коефіцієнта K_{nag} , що враховує змінання бетону під арматурою при її поперечному навантаженні.

ЛІТЕРАТУРА

1. Улицкий Б.Е., Потапкин А.А., Руденко В.И., Сахарова И.Д., Егорушкин Ю.М. Пространственные расчёты мостов. Москва: Транспорт, 1967. 404 с.
2. Дроздов П.Ф. Конструирование и расчёт несущих систем многоэтажных зданий и их элементов. Москва: Стройиздат, 1977. 223 с.
3. Горнов В.Н. Исследование прочности и жёсткости сборных железобетонных перекрытий из лотковых настилов // *Материалы и конструкции в современной архитектуре*. Москва: Стройиздат, 1950.
4. Елагин Э.Г. Расчет перемещений железобетонных стержней прямоугольного сечения на стадиях работы с трещинами при совместном кратковременном действии моментов и продольной силы. *Строительная механика и расчет сооружений*. 1991. (№ 4). С. 26-31.
5. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. Москва: Стройиздат, 1996. 416 с.
6. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. Москва: Стройиздат, 1976. 208 с.
7. Коуэн Г.Дж. Кручение в обычном и предварительно напряженном железобетоне: Пер. с англ. Москва: Изд-во литературы по строительству, 1972. 104 с.
8. Meyyada Y. Alabdulhady, Lesley H. Sneed, Christian Carloni Torsional behavior of RC beams strengthened with PBO-FRCM composite – An experimental study. *Engineering Structures*. (136). 2017. P. 393-405.
9. Mohammed Sirage Ibrahim, Esayas Gebreyouhannes, Abdulkarim Muhdin, Abrham Gebre. Effect of concrete cover on the pure torsional behavior of reinforced concrete beams. *Engineering Structures*. (216). 2020. P.2-12.
10. Kongjian Shen, Shui Wan, Y.L. Mo, Zhengwen Jiang. Theoretical analysis on full torsional behavior of RC beams strengthened with FRP materials. *Composite Structures*. (183). 2018. P. 347-357.
11. Jikai Zhou, Wei Shen, Shifu Wang Experimental study on torsional behavior of FRC and ECC beams reinforced with GFRP bars. *Construction and Building Materials*. (152). 2017. P. 74-81.
12. Luis F.A. Bernardo, Jorge M.A. Andrade. A unified softened truss model for RC and PC beams under torsion. *Journal of Building Engineering*. (32). 2020. P.2-13.
13. Ilker Kalkan, Saruhan Kartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Civil and Environmental Engineering*. Vol.11, (№7). 2017. P. 969-972.
14. Luis F.A. Bernardo, Catia S.B. Taborda and Jorge M.A. Andrade. Generalized Softened Variable Angle Truss Model for PC Beams under Torsion. *International Journal of Concrete Structures and Materials*. 2018. 12:62 <https://doi.org/10.1186/s40069-018-0285-0>
15. Cowan H.J. and Armstrong S. Experiments on the Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Beams and of Concrete-Encased Steel Joints in Combined Bending and Torsion. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 6, (№ 19). U.K.: London, 1955. P. 3-20.
16. Hsu T.T.C. Torsion of Structural Concrete A Summary on Pure Torsion. *Symposium on Torsion, SP (№18)*. ACI, 1968. SP-18, 165-178.
17. Азизов Т.Н., Мельник А.В., Парамонов Д.Ю. НДС и прочность железобетонных балок с нормальными трещинами при кручении. *Зб. наук. праць. Серія «Галузеве машинобудування, будівництво»*, вип. 3 (25) – Том 3. Полтава: ПолтНТУ, 2009. С. 9-13.

18. **Азізов Т.Н., Орлова О.М.** Жорсткість і міцність при крученні залізобетонних двотаврових елементів з нормальними тріщинами. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського Серія: Технічні науки Том 31 (70). (№ 3). 2020. Частина 2. С. 124-129.*
19. **Срібняк Н.М.** Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекриттів з нормальними тріщинами: *автореф. дис. канд. техн. наук 05.23.01. Одеса, 2009. 23 с.*
20. **Мельник О.В.** Жорсткість та міцність коробчастих залізобетонних елементів за дії деформації кручення. *Умань, 2016. 116 с.*
21. **Мельник О.С.** Кручення в залізобетонних елементах порожнистого трикутного профілю з нормальними тріщинами. *Умань, 2013. 109 с.*
22. **Стадник В.І.** Жорсткість і міцність при крученні залізобетонних таврових елементів з нормальними тріщинами. *автореф. дис. канд. техн. наук. Одеса, 2011. 21 с.*
23. **Azizov T., Kochkarev D.** Calculation Model of Equivalent Cross-Section for Determining Displacement During Torsion of a Reinforced Concrete Element With Normal Cracks. *Sciences of Europe. 2020. Vol. 1, (№ 54). 2020. P. 15-18.*
24. Рекомендации по проектированию стальных закладных деталей для железобетонных конструкций. [разраб. НИИЖБ Госстроя СССР]. *Москва: Стройиздат, 1984. 87 с.*
5. **Karpenko N.I.** *Obschie modeli mehaniki zhelezobetona. Moskva: Stroyizdat, 1996. 416 s. (in Russian).*
6. **Karpenko N.I.** *Teoriya deformirovaniya zhelezobetona s treschinami. Moskva: Stroyizdat, 1976. 208 s. (in Russian).*
7. **Kouen G.Dzh.** *Kruchenie v obyichnom i predvaritelno napryazhennom zhelezobetone: Per. s angl. Moskva: Izd-vo literaturyi po stroitelstvu, 1972. 104 s. (in Russian).*
8. **Meyyada Y. Alabdulhady, Lesley H. Sneed, Christian Carloni.** Torsional behavior of RC beams strengthened with PBO-FRCM composite – An experimental study. *Engineering Structures. (136). 2017. P. 393-405.*
9. **Mohammed Sirage Ibrahim, Esayas Gebreyouhannes, Abdulkерim Muhdin, Abrham Gebre.** Effect of concrete cover on the pure torsional behavior of reinforced concrete beams. *Engineering Structures. (216). 2020. P. 2-12.*
10. **Kongjian Shen, Shui Wan, Y.L. Mo, Zhengwen Jiang.** Theoretical analysis on full torsional behavior of RC beams strengthened with FRP materials. *Composite Structures. (183). 2018. P. 347-357.*
11. **Jikai Zhou, Wei Shen, Shifu Wang** Experimental study on torsional behavior of FRC and ECC beams reinforced with GFRP bars. *Construction and Building Materials. (152). 2017. P. 74-81.*
12. **Luis F.A. Bernardo, Jorge M.A. Andrade.** A unified softened truss model for RC and PC beams under torsion. *Journal of Building Engineering. (32). 2020. P. 2-13.*
13. **Ilker Kalkan, Saruhan Kartal.** Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Civil and Environmental Engineering. Vol. 11, (№7), 2017. P. 969-972.*
14. **Luis F.A. Bernardo, Catia S.B. Taborda and Jorge M.A. Andrade.** Generalized Softened Variable Angle Truss Model for PC Beams under Torsion. *International Journal of Concrete Structures and Materials. 2018. 12:62*<https://doi.org/10.1186/s40069-018-0285-0>
15. **Cowan H.J. and Armstrong S.** Experiments on the Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Beams and of Concrete-Encased Steel Joints in Combined Bending and Torsion. *1991. (№ 4). S. 26-31. (in Russian).*

REFERENCES

1. **Ulitskiy B.E., Potapkin A.A, Rudenko V.I., Saharova I.D., Egorushkin Yu.M.** *Prostranstvennyie raschoty mostov. Moskva: Transport, 1967. 404 s. (in Russian).*
2. **Drozdov P.F.** *Konstruirovaniye i raschot nesuschih sistem mnogoetazhnyih zdaniy i ih elementov. Moskva: Stroyizdat, 1977. 223 s. (in Russian).*
3. **Gornov V.N.** *Issledovanie prochnosti i zhyostkosti sbornyih zhelezobetonnyih perekrytiy iz lotkovyih nastilov. Materialy i konstruksii v sovremennoy arhitekture. Moskva: Stroyizdat, 1950. (in Russian).*
4. **Elagin E.G.** *Raschet peremescheniy zhelezobetonnyih sterzhney pryamougolnogo secheniya na stadiyah raboty s treschinami prisovmestnom kratkovremennom deystvii momentov i prodolnoy silyi. Stroitel'naya mehanika i raschet sooruzheniy. 1991. (№ 4). S. 26-31. (in Russian).*

16. **Hsu T.T.C.** Torsion of Structural Concrete A Summary on Pure Torsion. *Symposium on Torsion, SP (№18), ACI, 1968. SP-18, 165-178.*
17. **Azizov T.N., Melnik A.V., Paramonov D.Yu.** NDS Prochnost zhelezobetonnykh balok s normalnymi treschinami pri kruchenii. *Zb. nauk. prats. Seriya «Galuzeve mashinobudivannya, budivnitstvo», vip. 3 (25). Tom 3. Poltava: PoltNTU, 2009. S. 9-13. (in Ukrainian).*
18. **Azizov T.N., Orlova O.M.** Zhorstkist i mitsnist pry kruchenni zalizobetonnykh dvo-tavrovnykh elementiv z normalnymi trishchynamy. *Vcheni zapysky Tavriiskoho natsionalnoho universytetu imeni V.I. Vernadskoho. Seriya: Tekhnichni nauky Tom 31 (70). (№ 3). 2020. Chastyna 2. S.124-129. (in Ukrainian).*
19. **Sribniak N.M.** Krutylna zhorstkist zalizobetonnykh elementiv perekryttiv z normalnymi trishchynamy: *avto-ref. dys. kand. tekhn. nauk 05.23.01. Odesa., 2009. 23 s. (in Ukrainian).*
20. **Melnyk O.V.** Zhorstkist ta mitsnist korobchastykh zalizobetonnykh elementiv za dii deformatsii kruchennia. *Uman, 2016. 116 s.*
21. **Melnyk O.S.** Kruchennia v zalizobetonnykh elementakh porozhnystoho trykutnoho profilu z normalnymi trishchynamy. *Uman, 2013. 109 s. (in Ukrainian).*
22. **Stadnyk V.I.** Zhorskist i mitsnist pry kruchenni zalizobetonnykh tavrovnykh elementiv z normalnymi trishchynamy. *avto-ref. dys. ...kand. tekhn. nauk. Odesa, 2011. 21 s. (in Ukrainian).*
23. **Azizov T., Kochkarev D.** Calculation Model of Equivalent Cross-Section for Determining Displacement During Totsion of a Reinforced Concrete Element With Normal Cracks. *Sciences of Europe. 2020. Vol. 1, (№54). 2020. P. 15-18.*
24. Rekomendatsii po proektirovaniyu stalnykh zakladnykh detaley dlya zhelezobetonnykh konstruksiy. *[razrab. NIIZhB Gosstroya SSSR]. Moskva: Stroyizdat, 1984. 87 s. (in Russian).*

Determination of pin forces in longitudinal reinforcement and stiffness at torsion reinforced concrete elements with normal cracks

Taliat Azizov, Dmytro Kochkarev,

Summary. The article presents a method for determining the pin forces in the longitudinal reinforcement and the torsional stiffness of a reinforced concrete element with normal cracks. To determine the mutual displacement of the edges of a normal crack, a flat rotation of the section relative to the center of torsion is considered.

When determining the center of torsion, the deformation of the longitudinal reinforcement from the crushing of concrete under its surface is taken into account. It is shown that the external torque is perceived due to pure torsion, as well as due to shear in the longitudinal reinforcement and concrete (compressed zone from the bend). Part of the external torque perceived by the concrete of the zone without cracks, horizontal and vertical components of the pin forces in the longitudinal reinforcement, proportional to their shear and torsional stiffness. After determining the pin forces in the longitudinal reinforcement is determined by the complete movement in the crack, and then the torsional stiffness of the elements.

The complete algorithm for determining the torsional stiffness of elements with normal cracks is given

The use of the proposed technique allows us to investigate the influence of a large number of factors on the stress-strain state during the torsion of reinforced concrete elements with normal cracks, which when using complex computer software is very difficult because this requires modeling using three-dimensional finite elements.

This is the advantage of the proposed method. For example, graphs of the dependence of the force forces in the longitudinal reinforcement, as well as the moment perceived by the part of the concrete without cracks, from the height of the normal crack. Obtaining such dependencies in modeling in software packages requires high labor costs and the use of not always available software packages.

The presented approach is not difficult to extend to elements of a non-rectangular cross-section. It is also necessary to consider a flat rotation relative to the center of torsion with a complete analogy of all the considerations given in this article.

Keywords. Reinforced concrete element; torsional stiffness; normal crack; shear force; torsion.