

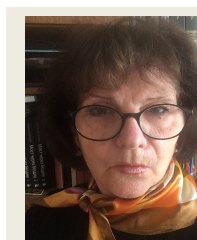
## Області оптимальних параметрів сталевих гофрованих балок

Людмила Лавріненко<sup>1</sup>, Данило Олійник<sup>2</sup>

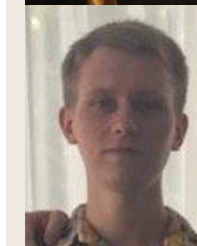
<sup>1,2</sup> Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітрофлотський, Київ, Україна, 03037  
<sup>1</sup>[ludmila.lavrinenko@gmail.com](mailto:ludmila.lavrinenko@gmail.com), <http://orcid.org/0000-0001-5601-0943>  
<sup>2</sup>[oleynikdaniel18@gmail.com](mailto:oleynikdaniel18@gmail.com), <http://orcid.org/0000-0002-1767-2597>

DOI: 10.32347/2522-4182.7.2020.45-56

**Анотація.** Розглядається оптимальна область застосування сталевих балок з хвилястими стінками, яка допускає проектування складеної балки оптимальної висоти з заданим моментом опору з урахуванням особливостей дійсної роботи хвилястої стінки. Параметри області розміщені всередині області обмежень за жорсткістю та технологічних обмежень. Математична модель балки побудована як задача мінімізації цільової функції (маси балки) з урахуванням конструктивних коефіцієнтів. Параметри конструктивної моделі відповідають технології Zenam, що визначає конструктивні обмеження задачі, фізико-механічна модель – балка 1 класу за напружено-деформованим станом за ДБН В.2.6-198. Враховані обмеження за міцністю стінки на зріз та втратою стійкості стінки за загальної формою. Розглянуті значення мінімальної висоти балки за умовою неперевищення допустимого прогину з урахуванням деформацій зсуву тонкої стінки. Отримані залежності та побудовано простий методичний апарат, який дозволяє аналізувати параметри оптимальних за висотою балок, виявити області ефективних рішень та встановити раціональні компоновальні рішення покриттів та перекриттів із застосуванням балок з гофрованими стінками. Наведено приклад визначення області оптимальних параметрів всередині області обмежень за жорсткістю та технологічних обмежень. Показано, що дослідження балок з синусоїдно-гофрованими стінками в подальшому мають бути проведені з урахуванням реальних умов експлуатації та реконструкції, забезпечення технологічних вимог та вимог вогнестійкості.



**Людмила Лавріненко**  
доцент кафедри металевих та  
дерев'яних конструкцій  
к.т.н., доц.



**Данило Олійник**  
магістр кафедри металевих та  
дерев'яних конструкцій

**Ключові слова.** Сталева балка, синусоїдна гофрована стінка, оптимальна висота.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ ТА АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Успішне застосування двотаврів з тонкими поперечно гофрованими стінками, дає всі підстави для їх поширення та подальшого обговорення і удосконалення методів розрахунку. В нормах проектування ДБН В.2.6-198-2014 «Сталеві конструкції» питання щодо проектування елементів з гофрованими стінками актуалізоване, а конструкції такого виду застосовуються все частіше [1]. Подальше впевнене застосування таких двотаврів у виявленні резервів несучої здатності, а також у дослідженні конструктивних параметрів, які надади б можливість розширити область застосування гофрованих елементів у великопроліт-

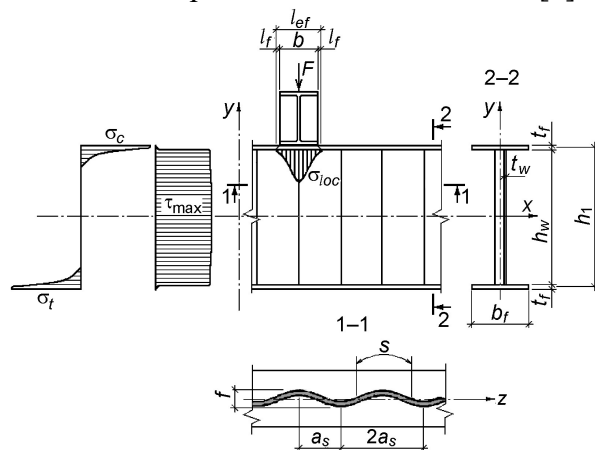
них та перехресних системах, рамних і комбінованих конструкціях [2, 3], перекриттях пониженої висоти та сталезалізобетонних перекриттях [15, 22].

Це спонукає до створення перерізів з високими геометричними характеристиками  $W$  та  $i$  при одночасному зменшенні площі. Відомо, що ефективність перерізів зростає із збільшенням їх тонкостінності. Тому значного поширення знайшли двотаврові складені профілі з тонкою стінкою, гнучкість якої  $\lambda_w = h_w / t_w$  сягає 400...600 [4]. Потоншення стінки стримують такі фактори, як наявність поперечної сили, можливість місцевої втрати стійкості, вимога протидії корозійним впливам та забезпечення необхідної вогнестійкості, які часто є вирішальними для тонкостінних елементів.

Для мінімізації маси проектного тонкостінного елемента та узгодження проектного рішення з економічними вимогами є три шляхи: 1) проектувати більш товсті, ніж це вимагається нормами проектування, елементи; 2) проектувати тонкі стінки та використовувати ребра жорсткості для досягнення потрібної місцевої стійкості; 3) виконувати розрахунок з урахуванням втрати місцевої стійкості на частині плоского елемента перерізу. Для отримання життєздатних тонкостінних двотаврів з стінкою високої умовної гнучкості ( $\lambda_w > 6$ ) з використанням вискоефективних сучасних технологій була реалізована ідея гофрування тонкої стінки.

Двотаври симетричного перерізу з паралельними поясами та хвилястою синусоїдально гофрованою стінкою (рис.1) товщиною  $t_w = 1,5; 2,0; 2,5; 3,0$  мм (сортаментний ряд WT0, WTA, WTB, WTC Zenam) є профілями першого покоління та випускаються у Європі з 1998 року. Сучасна технологія гофрованих балок робить можливим виготовлення стінки товщиною 4, 5 та 6 мм (WTD, WTE, WTF), меншої висоти, а також зменшення розмірів полиць [6]. Крім того, стало можливим виготовлення балок змінної висоти та стінок з отворами. Максимальна довжина балок 16 м обмежується можливостями зварювальних робіт.

На стадії виготовлення стінки формується синусоїдний профіль з максимальною висотою  $f=40$  мм ( $f=43$  мм для WTC та вище) та параметрами синусоїди  $2a_s=155$  мм,  $s=90$  мм. Таким чином виготовляються балки з висотою стінки  $h_w = 333, 500, 625, 750, 1000, 1250$  і  $1500$  мм. Бісиметричні балки мають паралельні пояси шириною  $b_f = 200...450$  мм і товщиною  $t_f = 6...30$  мм. Параметри поясів також обумовлені можливостями обладнання та допускають різницю між шириною полиць до 100 мм [6].



**Рис.1.** Конструктивне рішення балки, позначення, епюри нормальних та дотичних напружень (відповідно до ДБН В.2.6-198)

**Fig.1.** Plate beam design, symbols, the diagrams of normal and tangential stresses (according with DBN B.2.6-198)

Область раціонального застосування таких балок може бути визначена [6] там, де зазвичай використовуються гарячекатані профілі висотою понад 300 мм, або ж наскрізні ригелі висотою до 1800 мм. Заміна прокатних профілів на гофровані може дати додаткову ефективність за рахунок збільшення висоти балки до певної оптимальної (з точки зору маси) висоти. Порівняно з наскрізними ригелями економічна ефективність лежить у площині автоматизованого процесу виготовлення, а подальша економія полягає в зменшенні вартості поясних елементів з листової сталі..

Основним параметром, що мінімізує втрати, є висота балки. В роботі розглядається задача визначення оптимальної висоти балки з гофрованими стінками з урахуванням конструктивних коефіцієнтів.

Ця задача має низку практичних рішень стосовно різних конструктивних форм балок [7, 8], є класичною [9, 10] та полягає у визначенні оптимальної висоти з заданим моментом опору. Методи вирішення таких задач з використанням апроксимаційних залежностей емпіричних коефіцієнтів наводяться в багатьох роботах [11-13]. Одночасно з оптимальною розглядається мінімальна висота, що визначається за умови максимально допустимого прогину балки.

Отримані значення мінімальної висоти вирішують питання обмеження конструктивної висоти умовами експлуатації з урахуванням можливості розміщення технологічного обладнання у просторі перекриттів [14] та висувають нові задачі [15].

**Конструктивна модель.** Розглядаються балки з полицями постійного перерізу по довжині, локальна стійкість полиць забезпечується нормативними значеннями співвідношень розмірів полиць

$$\bar{\lambda}_{if} \geq \bar{\lambda}_f \approx (b_{f0} / t_f) \sqrt{R_y / E}.$$

Загальна стійкість балки вважається забезпеченою, поза площиною балка розкріплена другорядними балками або настилом, системою в'язей тощо.

Врахування додаткових деталей виконується через конструктивні коефіцієнти [16]. Конструктивний коефіцієнт  $\psi_C$  визначається як відношення повної маси основних та додаткових елементів і деталей конструкції  $m_C = m_0 + \sum m_{ir}$  до теоретичної маси основних конструктивних елементів  $m_0$ , таким же чином визначаються конструктивні коефіцієнти для стінки  $\psi_{pw}$  та полиць

$\psi_{pf}$ :

$$\psi_C = \frac{m_0 + \sum m_{ir}}{m_0} = \frac{m_C}{m_0}, \quad (1, a)$$

$$\text{де } m_{bC} = m_0 + \sum m_{ir},$$

$$\psi_{pw} = \frac{m_{\omega 0} + \sum m_{ir\omega}}{m_{\omega 0}}; \quad (1, b)$$

$$\text{або } \psi_{pw} = 1 + \frac{\sum m_{ir\omega}}{m_{\omega 0}},$$

$$\psi_{pf} = \frac{m_{f0} + \sum m_{irf}}{m_{f0}}, \quad (1, b)$$

$$\text{або } \psi_{pf} = 1 + \frac{\sum m_{irf}}{m_{f0}}.$$

Конструктивний коефіцієнт для стінки  $\psi_{pw}$  враховує конструктивне оформлення стінки; конструктивний коефіцієнт для полиць  $\psi_{pf}$  враховує конструктивні особливості балки в складі покриття чи перекриття.

**Фізико-механічна модель** – балка двотаврового перерізу 1 класу за напружено-деформованим станом. Пружна в цілому робота балки допускає появу обмежених пластичних деформацій за межею пропорційності при втраті локальної стійкості полицею та стінкою [7].

Розрахункова схема балки – однопролітна шарнірно обперта балка з прольотом  $l$  та вертикальним навантаженням  $q$ , розміщеним в серединній площині стінки.

Особливості роботи балок з поперечно-гофрованими стінками далі враховуються на ґрунті методики, розробленої в Київському національному університеті будівництва і архітектури [18]. Стінка сприймає нормальні напруження лише у вузькій зоні висотою  $ch_w$  безпосередньо біля поясів (рис. 1). В балках з високою умовною гнучкістю стінки  $\bar{\lambda}_w > 6$  вплив цієї ділянки на несучу здатність незначний і ним зазвичай нехтують. У такому разі згинальний момент сприймають тільки пояси, а епюра дотичних напружень в стінці близька до прямокутної:

$$\sigma = \frac{M}{h_0 A_{fn}} \leq R_{yf} \gamma_c, \quad (2, a)$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q}{h_w t_w} \leq R_{sw} k_s \gamma_c, \quad (2, b)$$

де  $M$  – згинальний момент від розрахункового граничного навантаження;  $h_0$  – відстань між центрами ваги поясів;  $A_f$  – площа перерізу поясу нетто;  $\gamma_c$  – коефіцієнт умов роботи елемента;  $R_{yf}$  – розрахунковий опір сталі поясів;  $R_{sw}$  – розрахунковий опір зсуву сталі стінки;  $k_s$  – коефіцієнт, що

залежить від гнучкості тонкої гофрованої стінки  $\overline{\lambda}_w = (h_w / t_w) \sqrt{R_{yw} / E}$  та враховує її геометрично-нелінійну поведінку:

$$k_s = 1,085 - 0,08 \overline{\lambda}_w \leq 1,0 \quad (3)$$

**Математична модель** розглядається як задача мінімізації цільової функції (маси балки з урахуванням конструктивних коефіцієнтів). В загальному вигляді вона може бути сформульована як задача нелінійного програмування з включенням обмежень-нерівностей за міцністю при згині, міцністю при зсуві, загальною та локальною стійкістю стінки, а також за прогинами [19]. При виділенні в окрему групу несумісних або суперечливих обмежень, які впливають з особливостей напружено-деформованого стану балки, та заміни решти обмежень на рівності задача в цілому суттєво спрощується.

Передбачається, що пояси тонкі порівняно з висотою балки  $h_0$ , та характеризуються одним параметром  $A_f$  – площею поперечного перерізу полиці. Стінка характеризується двома параметрами – висотою  $h_w \approx h_0$  та товщиною  $t_w$ . Геометричні характеристики поперечного перерізу двотавра виражаються формулами:

$$\begin{aligned} A_0 &= 2A_f + t_w h_w, \quad A_w = t_w h_w, \\ I_0 &= \frac{h_0^2}{4} \left( \frac{1}{c_f} \cdot 2A_f + \frac{1}{c_w} \cdot \frac{t_w h_w}{3} \right) \\ W_0 &= \frac{h_0}{2} \left( \frac{1}{c_f} \cdot 2A_f + \frac{1}{c_w} \cdot \frac{t_w h_w}{3} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

де  $A$  – площа поперечного перерізу,  $I$  – момент інерції поперечного перерізу відносно осі  $x-x$ ,  $W$  – момент опору поперечного перерізу відносно осі  $x-x$ ,  $A_w$  – площа поперечного перерізу стінки.

Попередні дослідження [7] при розгляді згинних елементів передбачають визначення частки згинального моменту на полиці та стінку:

$$c_f = M_f / M_0, \quad c_w = 1 - c_f.$$

Для балок з поперечно-гофрованими стінками значення коефіцієнту розподілу можна приймати  $c_f = 1,0$  [4, 18].

## ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

**1. Формування функції цілі з урахуванням обмеження на міцність** при згині балки. Мінімізуємо функцію маси балки із змінною проектування  $h_0$ :

$$m_{bC} = m_f + m_w = \rho l (2\psi_{pf} A_f + \psi_{pw} t_w h_0). \quad (5)$$

Умова міцності за (2,а):

$$W_0 = W_w + W_f = k_R \frac{M_0}{R_{yf} \gamma_c},$$

тут  $k_R$  – коефіцієнт для визначення зусилля залежно від розрахункової схеми балки. Через те, що для гофрованих стінок  $W_w = 0$ , та виходячи з (4):

$$A_f = c_f \frac{W_x}{h_0} = c_f \cdot k_R \cdot \frac{M_0}{R_y \gamma_c \cdot h_0}. \quad (6)$$

Функція маси балки набуває вигляду та змінюється з підстановкою заданого (потрібного) моменту опору  $\frac{M_0}{R_y \gamma_c} = W_{cal}$ :

$$\begin{aligned} m_{bC} &= 2\rho\psi_{pf} \cdot c_f \cdot k_R \cdot \frac{M_0}{R_y \gamma_c} \cdot \frac{l}{h_0} + \rho\psi_{pw} t_w h_0 l = \\ &= 2\rho\psi_{pf} \cdot c_f \cdot k_R \cdot W_{cal} \cdot \frac{l}{h_0} + \rho\psi_{pw} t_w h_0 l \end{aligned} \quad (7)$$

Мінімум функції отримуємо за умови рівності нулю першої похідної  $m'_{bC} = 0$  за параметром проектування  $h_0$ :

$$m'_{bC} = -2\psi_{pf} \cdot c_f \cdot k_R \cdot W_{cal} \cdot \frac{l}{h_0^2} + \psi_{pw} t_w = 0 \quad (8)$$

З розв'язання рівняння (8) отримуємо оптимальне значення висоти балки, що мінімізує витрати сталі:

$$h_0 = \sqrt{\frac{2\psi_{pf} c_f}{\psi_{pw}}} \cdot \sqrt{\frac{k_R W_{cal}}{t_w}}, \quad (9,а)$$

та після заміни  $\sqrt{\frac{2\psi_{pf} c_f}{\psi_{pw}}} = \sqrt{k_q} = k_t$

$$h_0 = k_t \cdot \sqrt{\frac{k_R W_{cal}}{t_w}}. \quad (9,б)$$

Аналогічно отримана оптимальна висота балки з використанням значення гнучкості стінки  $\lambda_w = h_0 / t_w$ :

$$h_0 = \sqrt[3]{k_q} \cdot \sqrt[3]{k_R W_{cal}} \cdot \lambda_w = k_\lambda \sqrt[3]{k_R W_{cal}} \cdot \lambda_w. \quad (9, \text{в})$$

Конструктивний коефіцієнт для полиць  $\psi_{pf} \geq 1,0$  враховує допоміжні конструктивні деталі балки для її функціонування в складі покриття чи перекриття (деталі кріплення прогонів, настилів тощо).

**Табл. 1.** Розрахункові коефіцієнти  $k_t$  та  $k_\lambda$

**Table 1.** Calculated coefficients  $k_t$  and  $k_\lambda$

Значення коефіцієнтів		$k_q$	$k_t = \sqrt{k_q}$	$k_\lambda = \sqrt[3]{k_q}$
$\psi_{pw}$	$\psi_{pf}$			
1,161	1,0	1,723	1,313	1,199
1,25	1,05	1,680	1,296	1,189
1,30	1,05	1,615	1,271	1,173
1,40	1,05	1,500	1,225	1,145

Конструктивний коефіцієнт для стінки враховує зростання матеріалоемності стінки при гофруванні порівняно з такою ж плоскою, витрати на кінцеві (опорні) та проміжні (монтажні) фланці тощо. Набуває щонайменших значень

$$\psi_{pw,0} \geq \frac{2s}{2a_s} = \frac{2 \cdot 90}{155} = 1,161.$$

Аналіз впливу конструктивних коефіцієнтів на розрахункові коефіцієнти дозволяє актуалізувати конструктивні особливості балок з хвилястими гофрованими стінками (табл. 1).

## 2. Обмеження за міцністю при зсуві.

Отримані залежності не дають підстав стверджувати про досягнення граничного стану стінкою. Зважаючи на вид цільової функції (5) можна стверджувати, що досягнення межі міцності за нормальними напруженнями (в полицях) та дотичними напруженнями (в стінці) не вимагається одночасно в одному й тому самому перерізі.

В задачі товщина стінки по довжині балки вважається постійною. Вичерпання несучої здатності за міцністю від дотичних напружень стінки балки оптимальної висоти вказує на нижні значення висоти і може бути записане через додаткове обмеження-рівність (2, б). Виходячи з нього потрібна товщина стінки

$$t_w = \frac{Q}{k_s R_s \gamma_c h_0} \quad (10)$$

може бути врахована в цільовій функції (7) та бути включеною до умови (8):

$$-k_q \frac{k_R W_{cal}}{h_0^2} + \frac{Q}{k_s R_s \gamma_c h_0} = 0. \quad (11)$$

Співвідношення параметрів завантаження при повному вичерпанні несучої здатності  $W_{cal} / Q = l / \xi R_y \gamma_c$ , що видозмінює вираз для оптимальної висоти балки та за  $W_{cal} = M / R_y \gamma_c$  після очевидних перетворень набуває виду:

$$h_{0s} = k_q \frac{k_R W_{cal} R_s \gamma_c}{Q} = k_q k_R \frac{l}{\xi} 0,58 R_y. \quad (12)$$

Тут для спрощення аналізу введено коефіцієнт  $\xi = Ql / M$ , який набуває відомих значень, наприклад для однопролітної балки прольотом  $l$  з розподіленим навантаженням  $q$  зусилля  $M = ql^2 / 8$ ,  $Q = ql / 2$ ,  $\xi = 4$ ; для зосереджених навантажень, розміщених в  $1/3$  прольоту  $M = Pl / 3$ ,  $Q = P$ ,  $\xi = 3$  тощо.

Введення в розв'язувальне рівняння (11) обмеження-рівності надає значення нижньої межі значень параметра проектування. Обмеження не є визначальним також і через теоретичну неможливість завантаження стінки до межі міцності на зсув при врахуванні інших факторів напружено-деформованого стану [7].

**3. Обмеження за стійкістю стінки.** В задачі проектування балки необхідним є врахування обмеження «зверху» на стійкість гофрованої стінки. Для балок при

$\beta = h_w / a_s \geq 8,4$  визначальною є загальна втрата стійкості стінки, пов'язана з випинанням стінки на ділянці декількох гофрів.

В цьому разі дотичні критичні напруження загальної втрати стійкості хвилястої гофрованої стінки за чинними нормами проектування ДБН В.2.6-198 та дослідженнями [4,18]:

$$\tau_{p,cr} = 32,4 \frac{\sqrt[4]{D_1 D_2^3}}{h_w^2 t_w}, \quad (13)$$

$$D_1 = \frac{Et_w^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{a_s}{2s}, \quad D_2 = \frac{EI_z}{a_s}.$$

Жорсткості ортотропної плити  $D_1$  та  $D_2$  при згині по головних напрямках для стінки, геометрія якої описується рівнянням  $y(x) = \frac{f}{2} \sin\left(\frac{\pi x}{a_s}\right)$ , визначаються залежно від моментів інерції одиночної хвилі відносно поздовжньої осі

$$I_z = \int_0^{a_s} \left( \frac{1}{12} t_w^3 + t_w \left[ \frac{f}{2} \sin\left(\frac{\pi x}{a_s}\right) \right]^2 \right) dx$$

та наведені в (табл. 2).

Після всіх перетворень та підстановок

$$\tau_{p,cr} = \frac{32,4}{h_0^2} \cdot 4 \sqrt{\frac{E^4 I^3}{24s(2a_s)^2 t_w}} = \frac{k_\tau}{h_0^2}, \quad (14)$$

$$\text{тут } k_\tau = 32,4E \cdot 4 \sqrt{\frac{I^3}{24s(2a_s)^2 t_w}}.$$

Умова забезпечення стійкості стінки дозволяє записати:

$$\frac{\tau}{\tau_{cr}} = 1, \quad (15)$$

$$\text{якщо } \frac{Q}{h_0 t_w} = \frac{k_\tau}{h_0^2}, \text{ то } t_w = \frac{Q h_0}{k_\tau}.$$

Числові значення параметра гофрування (коефіцієнта  $k_\tau$ ) наведені в табл. 2.

**Табл.2.** Параметри хвилястої стінки  
**Tabl.2.** Parameters of corrugated webs

Тип профілю	WT0	WTA	WTB	WTC
$I, \text{см}^2$	5,006	6,674	8,347	10,012
$k_\tau \cdot 10^{-4}$	23,781	27,458	30,702	33,632

Таким чином, цільова функція (7) та умова забезпечення мінімуму маси балки (8) може бути записана при одночасному

вичерпанні несучої здатності за міцністю та загальною стійкістю хвилястої стінки.

Цільова функція набуває вигляду:

$$-k_q \frac{k_R W_{cal}}{h_0^2} + \frac{Q h_0}{k_\tau} = 0. \quad (16)$$

Значення оптимальної висоти для цього випадку:

$$h_{0\tau} = \sqrt[3]{k_q} \cdot \sqrt[3]{k_R k_\tau \frac{W_{cal}}{Q}} = k_\lambda \cdot \sqrt[3]{\frac{l}{\xi R_y \gamma_c} k_R k_\tau} \quad (17)$$

Зауваження стосовно введення в розв'язувальне рівняння (16) обмеження-рівності є такими ж, як і стосовно (11), обмеження не є активним та надає значення верхньої межі значень параметра проектування. Цей висновок не є неочікуваним, бо за [6] загальна стійкість гофрованих стінок порівняна із стійкістю плоских стінок завтовшки 12 мм та більше.

**4. Конструктивне обмеження** полягає у врахуванні технологічних можливостей обладнання при виготовленні балок. Стосовно гофрованих стінок це:

$$h_0 \approx h_w \leq 1500 \text{ мм}. \quad (18)$$

**5. Обмеження за деформативністю (перевірочне).** Додатково може бути введене обмеження на прогин балки. При цьому, внаслідок наявності тонкої стінки суттєвим є вплив деформацій зсуву, частка яких в загальному прогині досягає (25...30)%.

В разі розподіленого навантаження максимальний прогин становить:

$$f = \frac{5M_e l^2}{48EI_f} + \frac{Q_e l}{G_{red} A_w} \leq f_u. \quad (19)$$

де  $M_e$  і  $Q_e$  – зусилля від розрахункового експлуатаційного навантаження,  $I_f = A_f h_0^2 / 2$  – момент інерції перерізу балки, обчислений без урахування площі стінки;  $G_{red} = G \frac{a_s}{s}$  – розрахунковий модуль

зсуву з урахуванням підвищеної деформативності хвилястої стінки. При досягненні граничного стану за міцністю одночасно стінкою та полицями  $M = WR_y \gamma_c$ ,

$Q = t_w h_w R_y \gamma_c$ , при цьому  $I/W = h/2$ , що дає змогу записати:  $h_{\min} =$

$$= \frac{5}{24} \cdot \frac{R_y \gamma_c}{E} \cdot \frac{l}{\left[ \left( \frac{f}{l} \right)_u - \frac{R_s \gamma_c}{G_{red}} \right]} \cdot \frac{1}{\gamma_{fm,mean}}. \quad (20)$$

Отримане за виразом (20) значення є надмірно великим, бо використовує умову повного вичерпання міцності стінки і полиць одночасно. Тому в якості перевірного слід використовувати вираз, що містить фактичне значення перерізуювальної сили та не має на увазі неодмінного досягнення стінкою межі міцності на зріз:

$$h_{\min} = \left( \frac{5}{24} \cdot \frac{R_y \gamma_c l}{E} + \frac{Q}{G_{red} t_w} \right) \frac{1}{\left( \frac{f}{l} \right)_u} \cdot \frac{1}{\gamma_{fm,mean}}. \quad (21)$$

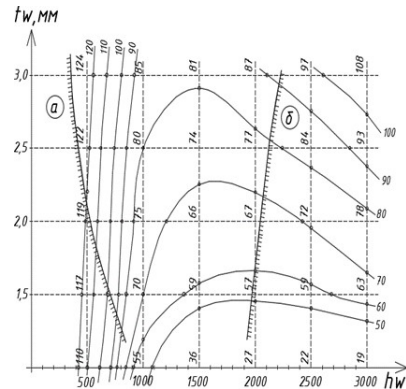
У виразах (20) та (21)  $\gamma_{fm,mean}$  – середній коефіцієнт надійності за навантаженням для переходу від розрахункових граничних до експлуатаційних значень навантажень,  $(f/l)_u$  – відносний граничний прогин за ДСТУ Б В.1.2-3.

**6. Числове дослідження.** Розрахункова ситуація розглянута в наступному прикладі: ригель покриття  $L=18$  м, завантаженого власною вагою  $1,2$  кН/м<sup>2</sup> та снігом  $1,5$  кН/м<sup>2</sup> при  $B=6$  м, запроєктовано як балка з хвилястою стінкою WTA. При  $W_{cal} = 2734$  см<sup>3</sup> та  $Q = 146$  кН оптимальна висота за (9,б) та обмеження за (12) та (17) складає:  $h_{opt} = 153$  см,  $h_{0s} = 107,9$  см,  $h_{0\tau} = 207$  см.

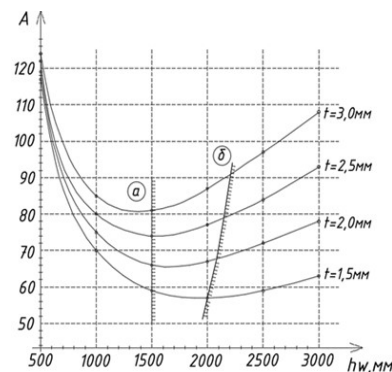
Мінімальна висота за умови неперевикнення граничного прогину  $f_{u \leq (1/250)l}$   $h_{\min} = 114$  см. Отримані величини обмежуються значенням (18), остаточно висота стінки складає 1500 мм. Розглянутий приклад може бути проілюстрований графічно (рис. 2) лініями рівнів цільової функції – ізолініями маси балки  $m_{bC}$  за (5), побудованими на двомірній площині в координатах  $h_w$  (висота стінки) –  $t_w$  (товщина стінки).

Хоча реальні конструктивні рішення мають дискретні значення параметрів проє-

ктування, дана ілюстрація підтверджує отримані числові результати та дозволяє прослідкувати залежності формоутворення раціональних поперечних перерізів балок з хвилястими поперечно гофрованими стінками.



**Рис. 2.** Числове дослідження цільової функції (5) (за даними прикладу). Лінії рівнів цільової функції (ізолінії):  
**a** – обмеження за міцністю стінки;  
**б** – обмеження за стійкістю стінки  
**Fig. 2.** Numerical study of the objective function (5) (according to the example). Objective function levels lines (isolines):  
**a** – the strength constraint of the web;  
**b** – the web stability constraint



**Рис. 3.** Функція  $A = 2\psi_{pf} A_f + \psi_{pw} t_w h_0$  (5) з обмеженнями (за даними прикладу),  
**a** – конструктивне обмеження,  
**б** – обмеження за стійкістю стінки.  
**Fig. 3.** Function  $A = 2\psi_{pf} A_f + \psi_{pw} t_w h_0$  (5) with constraints (according to the example):  
**a** – the structural limitation  
**b** – the web stability constraint

Досліджувана функція (5) має пологий мінімум (рис. 3), тому дискретність сортаменту та відхилення висоти від оптимальних значень на (10...15)% не призводить до суттєвих втрат відносно мінімальних

значень матеріалоемності. Область допустимих рішень оптимальних балок суттєво обмежується конструктивною вимогою (18).

В табл. 3 наведені граничні значення лінійного навантаження для оптимальних балок з хвилястими стінками висотою 1500 мм залежно від прольотів. З огляду на реальні навантаження на покриття та перекриття, такі лінійні навантаження досягаються при прольотах до 18 м та кроці ригелів 6...8 м, та до 24 м при кроці 3...4 м. Оптимальна висота балок, запроєктованих для більших прольотів, перевищує 1500 мм. При утриманні висоти в межах значень до 1500 мм такі балки не є оптимальними або вимагають спеціальних конструктивних

рішень, які тут не розглядаються. При малих прольотах актуальною є умова забезпечення стійкості стінки

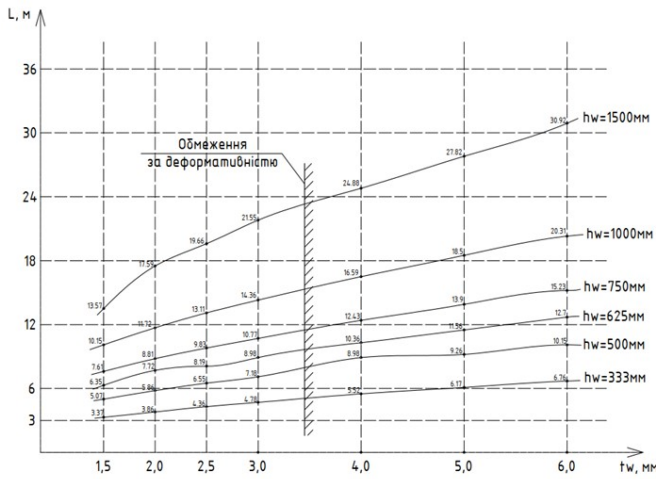
Більш широко результати даного дослідження продемонстровано на графіках рис. 4. Показані області оптимальних рішень в координатних осях «проліт – товщина стінки», де для кожної пари конструктивних параметрів (висота та товщина стінки) визначено проліт, для якого дана балка буде оптимальною за масою. В даному прикладі розглядаються балки з таким самим рівномірним лінійним навантаженнями, що й в попередній задачі. Такий рівень навантажень можна вважати властивим для перекриттів цивільних будівель та покриттів в умовах України.

**Табл. 3.** Области допустимих рішень для оптимальних ригелів при  $h_w=1500$  мм,  $R_y = 240$  Н/мм<sup>2</sup>

**Tabl. 3.** Rational decisions areas of optimal girders for  $h_w=1500$  мм,  $R_y = 240$  Н/мм<sup>2</sup>

А. Балки оптимальної висоти за умови міцності A. The optimal girders due to bending strength								
$t_w$ (мм)	$M_u$ (кНм)	Граничне лінійне навантаження $q$ (кН/м) для прольотів $L$ (м) Maximum linear load $q$ (кН/м) for spans $L$ (м)						
		6	12	18	24	30	36	42
1,5	528,58	117,44	29,39	13,05	7,34	4,70	3,28	2,40
2,0	704,77	156,62	38,15	17,40	9,79	6,26	4,35	3,20
2,5	880,96	195,77	48,94	21,75	12,24	7,83	5,44	4,00
3,0	1057,15	234,90	58,73	26,10	14,68	9,40	6,53	4,79
Б. Обмеження за міцністю стінки на зріз B. Shear strength constraint								
$t_w$ (мм)	$Q_u$ (кНм)	Граничне лінійне навантаження $q$ (кН/м) для прольотів $L$ (м) Maximum linear load $q$ (кН/м) for spans $L$ (м)						
		6	12	18	24	30	36	42
1,5	352,35	117,44	58,72	39,15	29,36	23,49	19,58	16,78
2,0	469,80	156,60	78,30	50,50	39,15	31,32	25,25	22,37
2,5	587,25	195,75	97,87	65,25	48,94	39,15	32,63	27,97
3,0	704,70	234,90	117,44	78,30	58,72	46,98	39,15	33,56
В. Обмеження за стійкістю стінки B. Web stability constraints								
$t_w$ (мм)	$Q_u$ (кНм)	Граничне лінійне навантаження $q$ (кН/м) для прольотів $L$ (м) Maximum linear load $q$ (кН/м) for spans $L$ (м)						
		6	12	18	24	30	36	42
1,5	237,9	79,3	39,65	26,43	19,83	15,86	13,22	11,33
2,0	366,11	122,04	61,02	40,68	30,51	24,41	20,34	17,43
2,5	511,70	170,56	85,28	56,86	42,64	34,11	28,43	24,37
3,0	672,65	224,20	112,10	74,74	56,05	46,09	37,37	32,03





## ЛІТЕРАТУРА

1. **Нілов А.А., Мартынюк А.Я., Лавриненко Л.І., Лазнюк М.В., Рыженко С.С.** Применение сварных двутавров с гофрированной стенкой в комбинированных конструкциях. *Сб. научн. тр. ОГАСА «Современные строительные конструкции из металла и древесины»*. Одесса, 2010, №14, ч.1. С. 169–174.
2. **Siokola W.** Wellstegträger. Herstellung und Anwendung von Trägern mit profiliertem [Гофровані складені балки. Виробництво та застосування]. *Steg, Stahlbau* 66. Pp. 595–605.
3. **Лавріненко Л.І., Зотіна А.С.** Ефективні параметри малоелементних шпренгельних ферм із застосуванням двотаврових елементів з гофрованими стінками. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*. Вип.4 (2019) С.56 – 69. doi.org/10.32347/2522-4182.4.2019.56-69.
4. **Johansson B., Maquoi R., Seldasek G., Muller C., Beg D.** Commentary and worked examples to EN 1993-1-5 Plated Structural Elements [Коментарі та робочі приклади до EN 1993-1-5. Конструктивні елементи з листів]. *JRS Scientific and Technical Reports*. P. 152–167.
5. **Лавріненко Л.І., Некора В.С.** Дослідження нагрівання сталеві балки з гофрованою стінкою в умовах пожежі. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*. Вип.6 (2020) С.12 – 21. doi.org/10.32347/2522-4182.6.2020.12-21.
6. **Pasternak H., Robra J., Bachmann V.** Corrugated web beams with increased web thickness [Балки з хвилястими стінками збільшеної товщини]. *Proceedings 5th Europea Conference on Steel and Composite Structures, Graz, Austria*. Pp. 1161–1166 .
7. **Білик С.І.** Методика визначення оптимальної висоти сталеві двотаврової балки зі змінним перерізом стінки при розвитку обмежених пластичних деформацій. *Зб. наук. праць Українського інституту сталевих конструкцій ім. В.М. Шимановського*. К., Сталь, 2012. Вип.9. С.28-33 .
8. **Білик С.І., Аїед Альтаїе Н., Лавріненко Л.І.** Конструктивні коефіцієнти та раціональна висота сталеві коробчастої балки постійного перерізу. *Будівельне виробництво: Відомчий науково-технічний збірник (технічні науки)*. К., ДП НДІБВ. 2017. № 62/1. С.33 – 38.
9. **Гордеев В.Н.** Элементарные задачи оптимизации двутавра. *Зб. наук. праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського*. К., Сталь, 2009. Вип.3. С. 27-48.
10. **Вахуркин В.М.** Форма двутавровой балки в условиях наименьшего расхода металла и в условиях наименьшей стоимости. *Вестник инженеров и техников*. 1951. № 5. С. 213-218.
11. **Бирюлев В.В., Кошин И.И., Крылов И.И., Сильвестров А.В.** Проектирование металлических конструкций. Спецкурс. Л., Стройиздат, 1990. 432 с.
12. **Пермяков В.А., Перельмутер А.В., Юрченко В.В.** Оптимальное проектирование стальных стержневых конструкций. К., Сталь, 2008. 538 с.
13. **Sudeok Shon, Sengwook Jin, Seungjae Lee** Minimum Weight Design of Sinusoidal Corrugated Web Beam Using Real-Coded Genetic Algorithms [Проектування синусоїдально гофрованих балок мінімальної ваги з використанням генетичних алгоритмів]. *Mathematical Problems in Engineering*. Vol. 2017, Article ID 9184292. 2017. 13 p.p. doi.org /10.1155/2017/9184292
14. **Шишкин А.С., Лавриненко Л.І.** Эффективность компоновочных схем балочных покрытий и перекрытий на основе балок с гофрированной стенкой для условий Туркменистана. *Містобудування та територіальне планування*. К., КНУБА, 2016. Вип. 59 С.485 – 493
15. **Лазнюк М.С.** Малоэлементные фермы с верхним поясом из сварных двутавров с гофрированной стенкой. *Строительная механика и строительные конструкции*. М.: Издательство СКАД СОФТ, 2013. С.237–243
16. **Лихтарников Я.М.** Вариантное проектирование и оптимизация стальных конструкций. М., Стройиздат, 1979. – 319 с.
17. **Woźniczka P., Piekarczyk M.** The fire resistance of steel plate girders with slender webs – a comparative study. [Вогнестійкість сталевих складених балок з тонкими стінками – порівняльне дослідження] *Technical Transactions*, Vol. 11/2018, pp. 97–104. doi.org / 0.4467 /2353737XCT. 18.165.9421
18. **Нілов О.О., Пермяков В.О., Шимановский О.В., Білик С.І., Лавріненко Л.І., Белов І.Д., Володимирський В.О.** Металеві конструкції: Загальний курс: Підручник. К, Сталь, 2010. 869 с.

19. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975. 536 с.
20. Вузол спряження сталевих балок з поперечно гофрованими хвилястими стінками. – Патент на корисну модель Україна: МПК E04C 3/07 (2006.01). №120477; заявл. 01.03.2017; опубл. 10.11.2017, Бюл. №21. 4 с

#### REFERENCES

1. Nylov A.A., Martyniuk A.Ia, Lavrinenko L.Y., Lazniuk M.V., Ryzhenko S.S. 2010. Prymenenye svarnykh dvutavrov s hofryrovannoi stenкой v kombynyrovannykh konstruksiyakh [The use of welded I-beams with a corrugated web in combined structures] *Sb. nauchn. tr. OHASA «Sovremennye stroytelnye konstruksyy yz metalla y drevesyny»*. Odessa, 2010, №14, ch.1 – S. 169–174 (in Russian)
2. Siokola W. 1997. Wellstegträger. Herstellung und Anwendung von Trägern mit profilieritem Steg, *Stahlbau* 66. Pp. 595 – 605.
3. Lavrinenko L.I., Zotina A.S. 2020. Efektyvni parametry maloelementnykh shprengelnykh ferm iz zastosuvanniam dvotavrovnykh elementiv z hofrovanyomu stinkamy [Эффективные параметры малoelementных шпренгельных ферм із застосуванням двотаврових елементів з гофрованими стінками] *Budivelni konstruksii. Teoriia i praktyka*, KNUBA, 2020. Vyp. 4. Pp. 56–69. doi.org/10.32347/2522-4182.4.2019.56-69. (in Ukrainian)
4. Johansson B., Maquoi R., Seldasek G., Muller C., Beg D. 2007. Commentary and worked examples to EN 1993-1-5 Plated Structural Elements. *JRS Scientific and Technical Reports*. Pp.152–167.
5. Lavrinenko L.I., Nekora V.S. 2020. Doslidzhennia nahrivannia stalevoi balky z hofro-vanoi stinkoiu v umovakh pozhezhi. [The fire heating of steel girders with corrugated webs] *Budivelni konstruksii. Teoriia i praktyka*. Vyp.6 (2020) Pp.12 – 21. doi.org/10.32347/2522-4182.6.2020.12-21. (in Ukrainian)
6. Pasternak H., Robra J., Bachmann V. 2008. Corrugated web beams with increased web thickness *Proceedings 5th Europea Conference on Steel and Composite Structures*. Graz, Austria. Pp. 1161 – 1166.
7. Bilyk S.I. 2012. Metodyka vyznachennia optymalnoi vysoty ctalevoi dvotavrovoy balky zi zminnym pererizom stinky pry rozvytku obmezhenykh plastychnykh deformatsii. [Method for determining the optimal height of a steel I-beam with a variable cross-section of the wall in the development of limited plastic deformations] *Zb. nauk. prats Ukrainskoho instytutu stalevykh konstruksii im. V.M. Shymanovskoho*. K., Stal, 2012. Vyp.9. – Pp.28 – 33. (in Ukrainian)
8. Bilyk S.I., Aied Altaie N., Lavrinenko L.I. 2017. Konstruktyvni koefitsiienty ta ratsionalna vysota stalevoi korobchastoi balky postiinoho pererizu. [Structural coefficients and rational height of a steel box-girder with constant section] *Budivelni vyrobnytstvo: Vidomchyi naukovy-tekhnichniy zbirnyk (tekhnichni nauky)*. K., DP NDIBV. 2017. № 62/1. Pp.33 – 38. (in Ukrainian)
9. Hordeev V.N. 2009. Elementarnie zadachy optymyzatsyy dvutavra. [Elementary problems of optimization of an I-beam.] *Zb. nauk. prats Urainskoho naukovy-doslidnoho ta proektnoho instytutu stalevykh konstruksii imeni V.M. Shymanovskoho*. K., Stal, 2009. Vyp.3. Pp. 27 – 48. (in Russian)
10. Vakhurkyn V.M. 1951. Forma dvutavrovoy balky v uslovyakh naymensheho raskhoda metalla y v uslovyakh naymenshei stoymosty. [I-beam shape for lowest metal consumption and lowest cost.] *Vestnyk ynzhenerov y tekhnikov*. 1951. № 5. (in Russian)
11. Byriulev V.V., Koshyn Y.Y., Krylov Y.Y., Sylvestrov A.V. 1990. Proektyrovanye metallicheskykh konstruksiy. Spetskurs. [Design of metal structures. Special course] L., Stroiyzdat, 1990. 432 p. (in Russian)
12. Permiakov V.A., Perelmuter A.V., Yurchenko V.V. 2008. Optymalnoe proektyrovanye stalnykh sterzhnevnykh konstruksiy. [Optimal design of steel bar structures] K., Stal, 2008. 538 p. (in Russian)
13. Sudeok Shon, Sengwook Jin, Seungjae Lee 2017. Minimum Weight Design of Sinusoidal Corrugated Web Beam Using Real-Coded Genetic Algorithms . *Mathematical Problems in Engineering* Vol. 2017, Article ID 9184292. 2017. 13 p.p. doi.org /10.1155/2017/ 9184292
14. Shyshkyn A.S., Lavrinenko L.Y. 2016. Efektyvnost komponovochnykh skhem balochnykh pokrytiy y perekrytiy na osnove balok s hofryrovannoi stenкой dlia uslovyi Turkmenystana. [Efficiency of layout schemes of beams and floors based on beams with a corrugated wall for the conditions of Turkmenistan] *Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia*. K., KNUBA, 2016. Vyp. 5. Pp.485 – 493. (in Russian)

15. **Lazniuk M.S. 2013.** Maloelementnye fermy s verkhnim poiasom iz svarnykh dvutavrov s gofirovannoi stenkoi [Low-element trusses with a top belt made of welded I-beams with corrugated wall]. *Stroitel'naya mekhanika i stroitel'nye konstruksii*. M.: SCAD SOFT, 2013. – pp.237–243 (in Russian)
16. **Lykhtarnykov Ya.M. 1979.** Varyantnoe proektyrovanye y optymyzatsiya stalnykh konstruksiyi. [Optional design and optimization of steel structures] M., Stroiyzdat, 1979. 319 p. (in Russian)
17. **Woźniczka P., Piekarczyk M. 2018.** The fire resistance of steel plate girders with slender webs – a comparative study. *Technical Transactions*, Vol. 11/2018, pp. 97–104. doi.org / 0.4467 / 2353737XCT. 18.165.9421
18. **Nilov O.O., Permiakov V.O., Shymanovskiy O.V., Bilyk S.I., Lavrinenko L.I., Bielov I.D., Volodymyrskiy V.O. 2010.** Metalevi konstruksii: Zahalnyi kurs: Pidruchnyk [Metal constructions. General course. Textbook]. *K, Stal, 2010*. 869 p. (in Ukrainian)
19. **Himmelblau D. 1975.** Prykladnoe nelyneinoe prohrammyrovanye. M., Myr, 1975. – 536 p. (in Russian)/ [**Himmelblau D.M.** Applied Non-linear Programming. The University of Texas, Austin, Texas. McGraw-Hill Book Company. 1972].
20. **Vuzol spriazhennia stalevykh balok z poperechno hofrovanymy khvyliastymy stinkamy:** Patent na korysnu model UA: MPK E04S3/07 (2006.01). №120477; zaiavl. 01.03.2017, publ. 10.11.2017, Biul. no. 21, 4 p., 2017. (in Ukrainian)

#### **Optimal parameter area for steel corrugated web beams**

*Lyudmila Lavrinenko, Danylo Oliinyk*

**Summary.** The optimal application area of steel corrugated web beams is considered. The optimal height for beams with the set moment of resistance is calculated and spans for such beams is determined. The problem takes into account the peculiarities of the actual operation of the corrugated web. The parameter region is located within the area of rigidity constraints and manufacturing constraints. Actual work features of a corrugated web are considered. The mathematical beam model is constructed as a problem of minimizing the objective function (mass of the beam) with structural coefficients. The parameters of the structural model correspond to Zenam technology. The design limitations of this task depend on the beam technology of manufacturing. The physical model is a double-tee beam of the 1st class according to the stress-strain state (in accordance with DBN V.2.6-198). Shear strength constraints of the web and the loss web stability constraints are taken into account. The value of the optimal beam height under the condition of permissible deflection is considered and the thin web shear deformation is taken into account.

The dependences are obtained and a simple method is constructed, which allows analyzing the optimal beam parameters in height and effective design parameters. The method makes it possible to install rational solutions for the planning of coatings and floors using corrugated beams. An example of determining the range of optimal parameters within the range of rigidity constraints and technological constraints is given.

It is shown that the study of beams with sinusoidal-corrugated walls should be carried out taking into account the real conditions of operation and reconstruction, ensuring technological requirements and fire resistance requirements in the future.

**Keywords.** Steel beam; corrugated web; optimal height.