

Визначення фізико-механічних властивостей скла на згин за допомогою двопараметричного розподілу Вейбулла

Богдан Демчина¹, Михайло Сурмай², Роман Ткач³, Василина Гула⁴

^{1,2,3,4}Національний університет «Львівська політехніка»
вул. Степана Бандери, 12, Львів, Україна, 79000
¹bogdan195809@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0002-3498-1519>
²mychajlo_surmaj@ukr.net, <http://orcid.org/0000-0002-5381-6500>
³roman7tkach@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0001-5866-3796>
⁴vasuluna.gula@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0001-5774-966X>

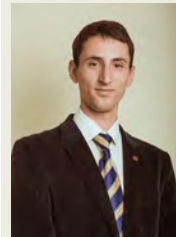
DOI: 10.32347/2522-4182.6.2020.94-113

Анотація. Розглянуто основні методи випробування міцності скла та представлені результати вимірювання міцності скла за запропонованими експериментальними методиками. Описано покрокову інструкцію для аналізу даних міцності за допомогою двопараметричного розподілу Вейбулла. Визначено модуль пружності, який був розрахований двома методами. Перший метод полягав в аналізі даних показу тензодатчиків, та розраховувався за законом Гука. Другий метод полягав в розрахунку модуля пружності за формулою, яка виведена з рівняння для обчислення прогину. У даній роботі розглядалися три серії дослідних зразків, кожна з яких складалася з десяти зразків. Експериментальні зразки серії I були виготовлені із звичайного листового скла, серії II виготовлені з термозміцненого листового скла, а дослідні зразки серії III були виготовлені з гартованого листового скла. Описано особливості проведених випробувань на згин та статистичного аналізу отриманих даних міцності. Результати можуть представляти особливий інтерес для фахівців у сучасному проектуванні несучих конструкцій із скла.

Ключові слова: випробування на трьох точковий згин; міцність скла на згин; двопараметричний розподіл Вейбулла статистичний аналіз; скляний зразок; модуль пружності.



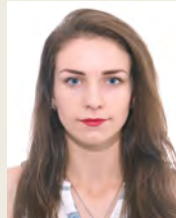
Богдан Демчина
професор кафедра будівельних
конструкцій та мостів
д.т.н., професор.



Михайло Сурмай
доцент кафедра будівельних
конструкцій та мостів
к.т.н., доц.



Роман Ткач
Аспірант кафедри будівельних
конструкцій та мостів



Василина Гула
Аспірант кафедри будівельних
конструкцій та мостів

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Сучасна тенденція використання скла в будівельних несучих конструкціях змушує проводити все більше досліджень його властивостей. На відміну від широко вживаних

в будівництві матеріалів (залізобетону, металу, тощо) скло завдяки своїм оптичним властивостям дозволяє створювати сучасні архітектурні форми, забезпечуючи прозорість та легкість. Оскільки, методи руйнування традиційних матеріалів (металу і залізобетону) враховують пластичну деформацію, то скло, як крихкий матеріал, рідко використовується для конструкційних цілей. Враховуючи, що монолітне скло, аналогічно бетону, має значно більшу міцність на стиск у порівнянні з міцністю на розтяг, воно може використовуватись у центрально навантажених елементах таких як , наприклад , колони [1-5].

– Важливим питанням при цьому є вивчення міцності та модуля пружності скла для можливості використання цих параметрів в розрахунках скляних несучих конструкцій.

– Існує кілька методів визначення модуля пружності. Найбільш відомі методи: механічний (статичний і динамічний), акустичний, ультразвуковий, резонансний, оптичний тощо [6 ÷ 9]. Механічні методи найбільш популярні для визначення пружних характеристик матеріалу.

Міцність на згин у випробуваннях на трьох точковий згин в Р. Молда [10] визначали на скляних стержнях, а Л. Керкович та ін. [11] використовували для цього керамічні зразки з круглим, прямокутним та плоским поперечним перерізом. S. M. Costa і ін. [12] оцінювали механічну поведінку різних типів скляних панелей (звичайних, загартованих та ламінованих плівкою ПВБ між шарами із звичайного скла).

Двопараметричний розподіл Вейбулла є на сьогодні найбільш широко вживаним розподілом для аналізу даних параметрів міцності, таких як критичні напруження, час до руйнування, цикли навантажень, тощо. Статистичний підхід Вейбулла використовується для опису варіації механічних властивостей багатьох матеріалів, таких як сучасні кераміка та скло [11]. Процедури для оцінки даних зразків за допомогою двопараметричної функції розподілу Вейбулла визначені в стандарті EN 61649: 2008

[13] , загалом, та, зокрема, стандартом EN 12603: 2002 [14] для скла.

У даній роботі міцність на згин звичайного скла визначили за допомогою випробувань на трьох точковий згин, а результати досліджень проаналізували з використанням двопараметричного розподілу Вейбулла. Модуль пружності був визначений за механічним та аналітичним методом.

– АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Олівер та Фарр [15] у 2011 році вдосконалили метод вимірювання твердості та модуля пружності методами інструментальних вимірювань які були запроваджені ще у 1992 р. Ця модель була розроблена для вимірювання твердості та модуля пружності матеріалу за дією зсувного навантаження.

Tohmyoh та ін. [16] описували про методу механічного випробування тонких стержнів, засновану на малогабаритних вигинах під бічним навантаженням. Для розташування зразків, тонкі дроти розрізали і зварювали нагріванням Джоуля. На місце згину дроту було прикладено навантаження на згин невеликого прольоту, а мала сила, що діяла на наконечник навантаження, вимірювалася датчиком ємності.

У статті Jasmina Miljojković та ін. [17] представлена теоретична модель та проектне рішення пристрою, який визначав модуль пружності шляхом згинання матеріалу (дослідних зразків) замість звичайного розтягування. Прилад був спроектований, зібраний та успішно випробуваний у лабораторії. Експериментальне визначення модуля пружності проводили шляхом вимірювання відхилення зразків при постійному навантаженні. Значення модуля пружності зумовлені теоретичними співвідношеннями. Було проведено вимірювання та були проаналізовані похибки вимірювання.

Тести на трьох і чотирьох точковий згин балочних елементів та бразильський диск для вимірювання міцності скла були проаналізовані A.P. Migliore Jr та E.D. Занотто [18].

У К. Панкхардт [19] монолітне флоат скло та ламіноване загартоване скло були випробувані на чотириточковий згин. J.W. Рері [20] запропонував визначати міцність скла на чотириточковий згин та кільце-на-кільце.

Р. Дгунані та Р. Зедник [21] надали підсумок поверхні руйнування та умов випробування (трьох- та чотирьох-точковий згин, кільце-на-кільце). Надали дані про міцність на згин для звичайного, боросилікатного (BSG), кальцій-натрієвого (SLG), алюмосилікатного (ASG) та кремнієвого скла.

В. Demchyna та Т. Osadchuk [22] Було розглянуто основні методи випробування міцності скла та представлені результати вимірювання міцності звичайного листового скла. Описано також покрокову інструкцію для аналізу даних міцності за допомогою двопараметричного розподілу Вейбулла.

На основі огляду літератури було зроблено наступні спостереження:

- основні типи випробувань міцності скла - це трьох- та чотирьох-точковий згин та випробування кільце-на-кільце із заданою величиною швидкості завантаження;
- найбільш поширеним методом аналізу міцності в проектуванні є статистичний підхід Вейбулла.

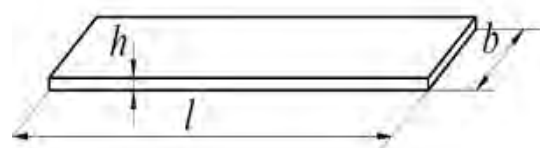
МЕТА ТА МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ДОСЛІДЖЕНЬ

Метою даного дослідження було визначення міцності та модуля пружності звичайного, термозміцненого та гартованого скла. Проведено аналіз даних міцності за допомогою двопараметричного розподілу Вейбулла.

У даній роботі розглядаються три серії дослідних зразків, кожна з яких складається з десяти експериментів (рис1). Всі дослідні зразки були виготовлені для перевірки міцності скла на трьохточковий згин з горизонтальною орієнтацією зразків.



a



б

Рис.1. Дослідні зразки
a - загальний вигляд дослідних зразків;
б - геометрія дослідних зразків.

Fig.1. Prototypes
a - general view of the tested samples;
b - the geometry of the prototypes.

Конфігурації усіх зразків скла представлені в Таблиці 1. Ширина, довжина та товщина вимірювали відповідно до розділу 7.1 стандарту EN 1288-3: 2000 [23]. Ширина визначалася як середнє арифметичне принаймні з трьох індивідуальних вимірювань. Товщина визначалася як середнє арифметичне принаймні з чотирьох індивідуальних вимірювань з точністю до 0,05 мм. Також, були виміряні ширина і довжина зразків з точністю до 0,05 мм.

Експериментальні зразки серії I були виготовлені із звичайного листового скла марки М4, серії II - з термозміцненого листового скла, а дослідні зразки серії III - з гартованого листового скла марки М4.

Табл. 1. Характеристики дослідних зразків
Table. 1. Characteristics of prototypes

Серія	Марка	Довжина (l), мм	Висота (h), мм	Ширина (b), мм	Характеристики скла		
					Марка скла	Вид скла	Питома вага, кг/м ³
I	GP-1.1	500,05	10	99,85	M4	Звичайне листове скло	2500
	GP-1.2	500,15		99,90			
	GP-1.3	500,10		99,90			
	GP-1.4	500,05		99,95			
	GP-1.5	500,20		100			
	GP-1.6	500,10		99,90			
	GP-1.7	500,05		100,05			
	GP-1.8	500,10		100,05			
	GP-1.9	500,05		101,05			
	GP-1.10	500,15		100,05			
II	GP-2.1	500,05	10	99,85	M4	Термозміц- нене листове скло	2500
	GP-2.2	500,10		99,90			
	GP-2.3	500,05		99,90			
	GP-2.4	501,05		100,05			
	GP-2.5	500,15		100,05			
	GP-2.6	500,25		99,90			
	GP-2.7	500,05		100,05			
	GP-2.8	500,05		100,10			
	GP-2.9	500,05		99,95			
	GP-2.10	500,10		100,05			
III	GP-3.1	500,05	10	99,90	M4	Гартоване листове скло	2500
	GP-3.2	501,05		100,10			
	GP-3.3	500,10		100,05			
	GP-3.4	500,05		100,15			
	GP-3.5	501,05		100,05			
	GP-3.6	500,10		99,85			
	GP-3.7	500,10		100,05			
	GP-3.8	500,15		99,90			
	GP-3.9	500,10		100,10			
	GP-3.10	500,10		100,10			

Відповідно до розділу 6.3 стандарту EN 1288-3: 2000 [23] зразки були плоскими, а обидва напружені краї були з однаковою орієнтацією.

Дослідні зразки витримувались на виробництві більше ніж 24 год перед випробуванням на міцність на згин. Зразки поміщали в умови проведення експерименту за 4 години до випробування.

Всі зразки були випробувані за однаковою методикою.

Дослідні зразки встановлювали згідно з рис. 2. Відповідно до розділу 7.2 стандарту EN 1288-3: 2000 між зразком і навантажувальним та опорними валиками були

розміщені гумові смужки товщиною 3 мм і твердістю 40 ± 10 IRHD (ISO 48). Випробування на згин проводили при $(23 \pm 5)^\circ\text{C}$ та відносній вологості між 40% та 70%. Під час випробування температура залишалася постійною до 1°C , щоб уникнути розвитку теплових напружень. Зразки згиналися рівномірно зростаючим згинаючим навантаженням з швидкістю не більше $(2 \pm 0,4)$ МПа / с доти, доки не відбувалось руйнування. Після чого знаходилося максимальне руйнуюче навантаження та фіксувався час, необхідний для досягнення цього навантаження. Відповідно до 13.2 в ASTM C158 [24] швидкість навантаження відповідала швидкості збільшення максимального напруження не більше $(1,1 \pm 0,2)$ МПа.

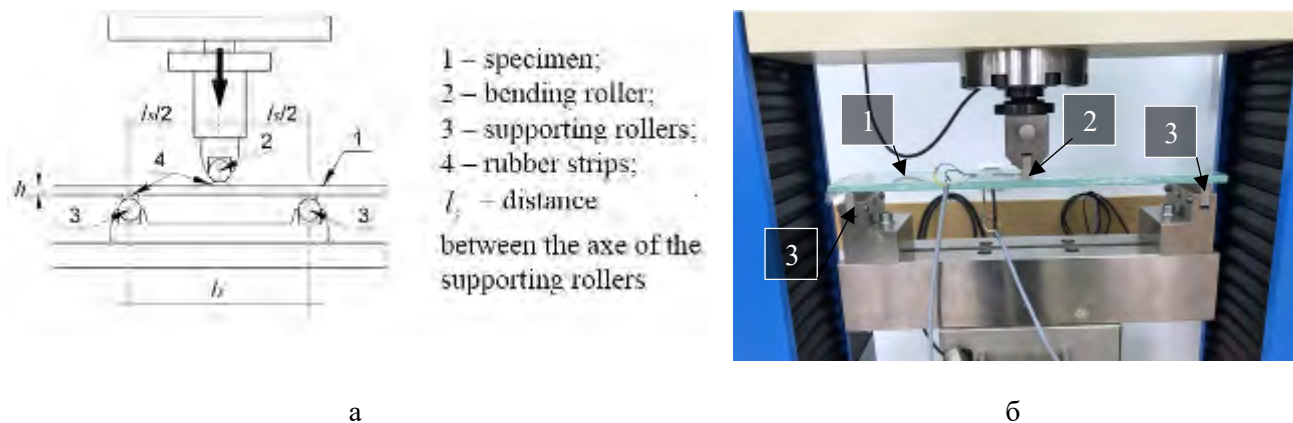


Рис. 2. Загальний вигляд влаштування дослідного зразку на стенд
а- схема ; б- вигляд .

Fig. 2. General view of the device of the prototype on the stand
a) scheme; b) appearance.

Для випробувань дослідних зразків був використаний прес Lab.Test 6.100.1.20 серійний номер якого ZA/2019/4 та сертифікат 7051-KL-H0159-19 з системою

тестування Test & Motion®. Новий інтегрований інтерфейс безпеки відповідав EN ISO 13850. Клас точності відповідав EN

ISO 7500-1. Швидкість збору даних до 10 кГц (як показано на рис.3).

Інтерактивне програмне забезпечення консолі управління виконувало моніторинг та відображення всіх даних тесту та параметрів у графічному та числовому форматі та варіацію налаштувань в режимі реального часу (навантаження, переміщення або деформації).

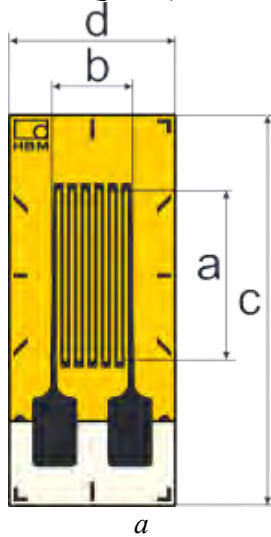


Рис.3. Загальний вигляд пресу Lab.Test 6.100.1.2

Fig.3. General view of the Lab.Test 6.100.1.20 press

На дослідні зразки марок GP-1.1, GP-1.2, GP-1.7, GP-2.1, GP-2.2, GP-2.7, GP-3.1, GP-3.2, GP-3.8 наклеювались по центру зразка на нижній і верхній грані за допомогою клею z70 schnellklebstoff тензодатчики НВМ-1-LY41-10 / 120, для заміру відносних деформацій (рис.4). Для обробки та

зчитування даних використовувалось програмне забезпечення catman Easy-AP та обладнання 1-MX1615B-TENSOMETRYC-ZNY 16-и канальний вимірювальний підсилювач серії QuantumX, та 1-CX22B-W реєстрація серії QuantumX (рис.5).



б

Рис. 4. Загальний вигляд тензодатчиків де :
 $a = 1,5 \text{ мм}$, $b = 2,3 \text{ мм}$, $d = 3 \text{ мм}$, $c = 9,2 \text{ мм}$

Fig. 4. General view of strain gauges where:
 $a = 1.5 \text{ mm}$, $b = 2.3 \text{ mm}$, $d = 3 \text{ mm}$, $c = 9.2 \text{ mm}$



Рис.5. Загальний вигляд випробувальної установки

1. Дослідний зразок; 2. Прес Lab.Test 6.100.1.20; 3. Програмне забезпечення catman Easy-AP; 4. 1-CX22B-W реєстратор серії QuantumX; 5. 1-MX1615B-TENSOMETRYCZNY 16-и канальний вимірювальний підсилювач серії QuantumX .

Fig.5. General view of the test rig. 1. Prototype; 2. Press Lab.Test 6.100.1.20; 3. Catman Easy-AP software; 4. 1-CX22B-W QuantumX series recorder; 5. 1-MX1615B-TENSOMETRYCZNY 16-channel measuring amplifier of the QuantumX series.

Початкове навантаження на зразок не дозволяло допускати максимальні напруження волокна, що перевищували 25% середнього модуля розриву (ASTM C158, section 13.2 [24]).

РОЗРАХУНОК МІЦНОСТІ НА ЗГИН СКЛЯНИХ ЗРАЗКІВ

Проведено аналіз та розрахунки всіх дослідних зразків (EN 1288-3: 2000, розділ 8.1 [23]). Розрахунки включали визначення міцності на згин та швидкості наростання максимальних напружень (розділ 8 в ASTM C158 [24]).

Міцність на згин зразка обчислювалася у відповідності зі стандартною формулою для міцності балочки на трьохточковий згин (в 9.2 ASTM C1161 [25]) наступним чином:

$$\sigma_{flex} = MOR = \sigma_{bb} = S = \frac{3 F \cdot l_s}{2 b \cdot h^2}, \quad (1)$$

де:

σ_{flex} – міцність на згин або модуль розриву (MOR) при згині (σ_{bb} - позначення, використане в EN 1288-3: 2000 [23], а S – використане в ASTM C158 [24] та ASTM C1161 [25]);

F – руйнуюча сила;

l_s – відстань між опорами;

b – ширина зразка;

h – товщина зразка.

Швидкість наростання максимального напруження відповідно до 8.1.3 ASTM C158 [24]:

$$R = \frac{\Delta\sigma}{\Delta t} = \frac{3 l_s}{2 b \cdot h^2} \frac{\Delta F}{\Delta t}, \quad (2)$$

де:

R - швидкість збільшення максимального напруження волокна, МПа / с,

b - ширина зразка, мм

h - товщина зразка, мм,

t - час від початку безперервного навантаження до розриву, с,

$\Delta F / \Delta t$ - швидкість збільшення навантаження, Н / с.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОЗПОДІЛУ ВЕЙБУЛЛА

Розподіл Вейбулла підходить для аналізу широкого спектру даних в порівнянні з іншими розподілами. Змінна розподілу " t " є загальною і може мати різні значення, такі як час , механічні напруження , відстань

або кількість циклів (EN 61649: 2008, розділ 5.1[26]). Існують різні типи функцій статистичного розподілу : функція щільності ймовірності (PDF), функція кумулятивної розподілу (CDF), функція зворотної кумулятивної розподілу (інверсний CDF або CDF^{-1}), функція надійності $R(t)$ та функція небезпеки $h(t)$ тощо.

Відповідно до EN 61649:2008 (section 5.1) [65], EN 12603:2002 (section «Introduction») [27], 2-параметрична функція кумулятивного розподілу Вейбулла (CDF) має рівняння, яке показано в (3):

$$CDF = F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{n}\right)^\beta}, \quad (3)$$

де:

CDF - кумулятивна функція розподілу, яку також називають функцією ненадійнос-

ті або ймовірність відмови, яка позначається $F(t)$.

Функція надійності, яка також називається функцією роботи або вірогідністю успіху, позначається $R(t)$. Функція надійності 2-параметричного розподілу Вейбулла дається рівнянням [22]:

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t}{n}\right)^\beta}, \quad (4)$$

Таким чином, ймовірність руйнування означає подію, протилежну ймовірності успіху.

На рис. 6 показано співвідношення між $R(t)$ і $F(t)$ (CDF) у графічному поданні $f(t)$ (PDF).

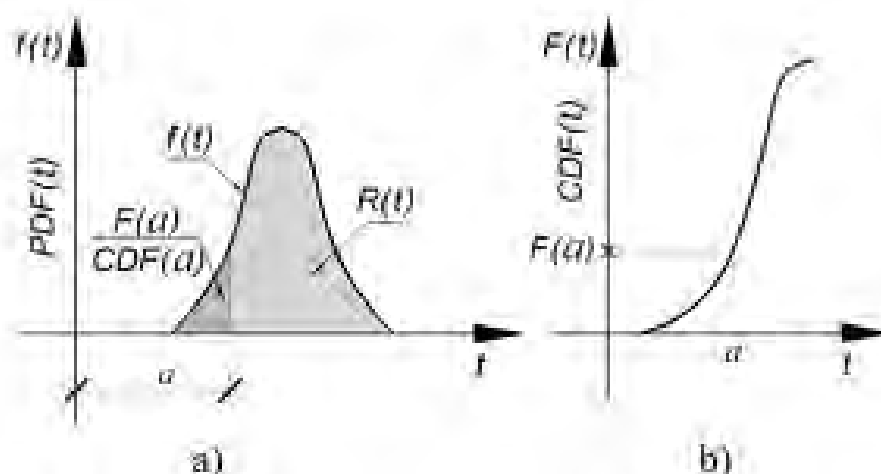


Рис. 6. Відносини між $R(t)$, $F(t)$ (CDF) та $f(t)$ (PDF) [22]

а) площа під кривою PDF (t);

б) площа під кривою CDF (t).

Fig. 6. The relationship between, $R(t)$, $F(t)$ (CDF) and $f(t)$ (PDF) [22]

a) the area under the curve PDF (t);

b) the area under the curve CDF (t).

Детально про розподіл Вейбулла і його функціонал описано в [22, 28].

Існує багато методів для обчислення середніх рангів, які наведені в різних книгах. Середні ранги також можна оцінити, використовуючи наближення Бенара:

$$F_i(t) = \frac{i - 0.3}{N + 0.4}, \quad (5)$$

Рівняння 5 в основному використовується для $N \leq 30$; а для $N > 30$ корекцію сукупної частоти можна знехтувати: $F_i = (i / N) \times 100\%$.

Після чого величини t_i як координати X та їх відповідні ранги $F_i(t)$, як Y -координати, розташовуються на вірогідному графіку Вейбулла, який також називається графіком Вейбулла або діаграмою Вейбулла.

Якщо наведені дані слідує за лінійною тенденцією, то може бути обрана лінія регресії, і параметри можуть бути зчитані з графіка. Для цього функція ненадійності (CDF) $F_i(t)$ переписується у формі лінійного рівняння ($y = m \cdot x + b$) за допомогою шкали ln-ln. Метод лінійної регресії (LRM) або метод найменших квадратів (LSM) є найбільш поширеним і простим способом отримання параметрів розподілу.

Взявши подвійний натуральний логарифм по обидві сторони 2-параметричної кумулятивної функції щільності Вейбулла отримуємо:

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-F_i(t)}\right)\right) = \beta \cdot \ln(t) - \beta \cdot \ln(\eta). \quad (6)$$

що приводить до лінійного рівняння (прямолінійного рівняння):

$$y_i = \beta \cdot x_i + b, \quad (7)$$

де:

$$y_i = \ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-F_i(t)}\right)\right) - \text{ордината графіка}$$

Вейбулла, яка залежить від значення ненадійності або ймовірності руйнування $F_i(x)$, розрахованої з середнього ранга для i -th руйнування;

$x_i = \ln(t_i)$ – абсцисса графіка Вейбулла для i -го руйнування, яка залежить від параметра міцності t_i ;

$\beta = m$ – модуль Вейбулла β , який називається нахилом m рівняння лінійної регресії, який також відомий як коефіцієнт регресії, і дорівнює тангенсу кута між даною лінією та віссю X (відношення Y -компоненти лінії до її X -компоненти).

$b = -\beta \cdot \ln(\eta)$ – Y -перетин рівняння лінійної регресії, це значення, за яким лінія регресії перетинає вісь Y (тобто значення Y , коли $X = 0$), чисельно залежить від значень β і η .

Існує три виміри центральної тенденції розподілу даних (PDF):

- середнє, (також називається середній час до руйнування, MTTF) \bar{x} - центр тяжіння або візуалізований центр розподілу, середній показник X , визначається:

$$\mu(x) = M(x) = \bar{x} = \eta \Gamma(1 + \beta^{-1}), \quad (8)$$

де:

$\mu(x) = M(x)$ – перший raw момент (1 -th момент X відносно 0);

$\Gamma(x)$ – гамма функція;

Середнє також називається локальним параметром, середнім значенням або очікуваним значенням.

– медіана $\mu_e(x) = M_e(x)$ – найчастіша або ймовірна одинична величина в розподілі, значення Y , яке перерізає PDF розподілу на дві половини з ймовірністю для кожної 0,50 (значення X , при якому CDF дорівнює 0,5 або 50 відсотковий перцентиль від Розподілу CDF):

$$\mu_e(x) = M_e(x) = \eta (\ln 2)^{\frac{1}{\beta}}, \quad (9)$$

– мода $\mu_0(x) = M_0(x)$, значення Y , яке має найбільше значення в функції щільності ймовірностей (PDF) або значення, при якому розподіл пікетує:

$$\mu_0(x) = M_0(x) = \eta \left(1 - \frac{1}{\beta}\right)^{\frac{1}{\beta}}, \quad \beta > 1; \quad (10)$$

$$\mu_0(x) = M_0(x) = 0, \quad \beta \leq 1.$$

Дисперсія $Var(x)$ - це показник розповсюдження або поширення $D(x)$ розподілу або індикатор ступеня варіювання щодо центральної тенденції. Дисперсія X є мірою розповсюдження відносно середньо

го другого центрального моменту (або 2-го моменту відносно середнього) X , і визначається:

$$\begin{aligned} \mu_2(x) = \text{Var}(x) = D(x) = & \quad (11) \\ = \eta^2 [\Gamma(1+2\beta^{-1}) - \Gamma^2(1+\beta^{-1})], & \end{aligned}$$

Формула для стандартного відхилення X , також називається параметром масштабу $\sigma(x)$, являється квадратним коренем від дисперсії $\sqrt{\text{Var}(x)}$. Воно також вимірює дисперсію середнього значення і має ті ж фізичні одиниці, що і змінна X :

$$\sigma(x) = \sqrt{\text{Var}(x)} = \sqrt{D(x)} = \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \gamma_1(x) = A(x) = & \\ = \frac{2\Gamma^3(1+\beta^{-1}) - 3\Gamma(1+\beta^{-1})\Gamma(1+2\beta^{-1}) + \Gamma(1+3\beta^{-1})}{[\Gamma(1+2\beta^{-1}) - \Gamma^2(1+\beta^{-1})]^{3/2}}. & \quad (14) \end{aligned}$$

Розподіл з правою нахиленістю має позитивне значення скошеності, а з лівою розподіл має значення негативної скошеності. Симетричний (нескошений) розподіл має нульову скошеність.

де:

$$\begin{aligned} f(\beta) = & -6\Gamma^4(1+\beta^{-1}) + 12\Gamma^2(1+\beta^{-1})\Gamma(1+2\beta^{-1}) - \\ & -3\Gamma^2(1+2\beta^{-1}) - 4\Gamma(1+\beta^{-1})\Gamma(1+3\beta^{-1}) + \\ & + \Gamma(1+4\beta^{-1}) \end{aligned} \quad (16)$$

Надлишок куртозису $E(x)$ визначається як куртозис $K(x)$ мінус 3, оскільки куртозис будь-якого нормального розподілу становить 3. Розподіл, який характеризується через надлишок куртозису, може бути описаний як:

- platykurtic або platykurtotic : розподіл з негативним надмірним куртозисом (плоский розподіл);

- мезокуртичний або мезокуртотичний:

$$= \sqrt{\eta^2 [\Gamma(1+2\beta^{-1}) - \Gamma^2(1+\beta^{-1})]},$$

Співвідношення стандартного відхилення до середнього називається коефіцієнтом варіації:

$$c_v = \frac{\sigma(x)}{\mu(x)} = \left(\frac{\Gamma(1+2\beta^{-1})}{(\Gamma(1+\beta^{-1}))^2} - 1 \right)^{1/2}. \quad (13)$$

Третій центральний момент дає скошеність, а четвертий центральний момент вимірює куртозис.

Міра асиметрії розподілу змінної X є скошеністю. Базована на моменті скошеність X дається:

Куртозис заснований на моменті, ступінь максимального розподілу, визначається як:

$$\gamma_2(x) = K(x) = \frac{f(\beta)}{[\Gamma(1+2\beta^{-1}) - \Gamma^2(1+\beta^{-1})]^2}, \quad (15)$$

з нулем надмірним куртозисом (нормальний розподіл);

- лептокуртичний або лептокуртотичний : з позитивним надлишковим куртозисом (максимальний розподіл).

Для характеристики розподілів міцності скла трьох серій використовувались рівняння $(8 \div 16)$.

ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ

Модуль пружності був розрахований двома методами.

Перший метод полягав в аналізі даних показу тензодатчиків, та розраховувався за законом Гука, як

$$E = \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \quad (17)$$

де,

σ - напруження,

ε - відносні деформації.

Другий метод полягав в розрахунку модуля пружності за формулою, яка виведена з рівняння для обчислення прогину, описаною в [17]:

$$E = \frac{F \cdot l_s^3}{48 \cdot I \cdot f}, \quad (18)$$

де,

F – руйнуюча сила;

l_s – відстань між опорами;

I – момент інерції;

f – прогин.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У всіх проведених експериментах початок руйнування був по центрі зразка. На рис. 7,8 та 9 показані вигляди поверхонь руйнувань усіх трьох серій дослідних зразків

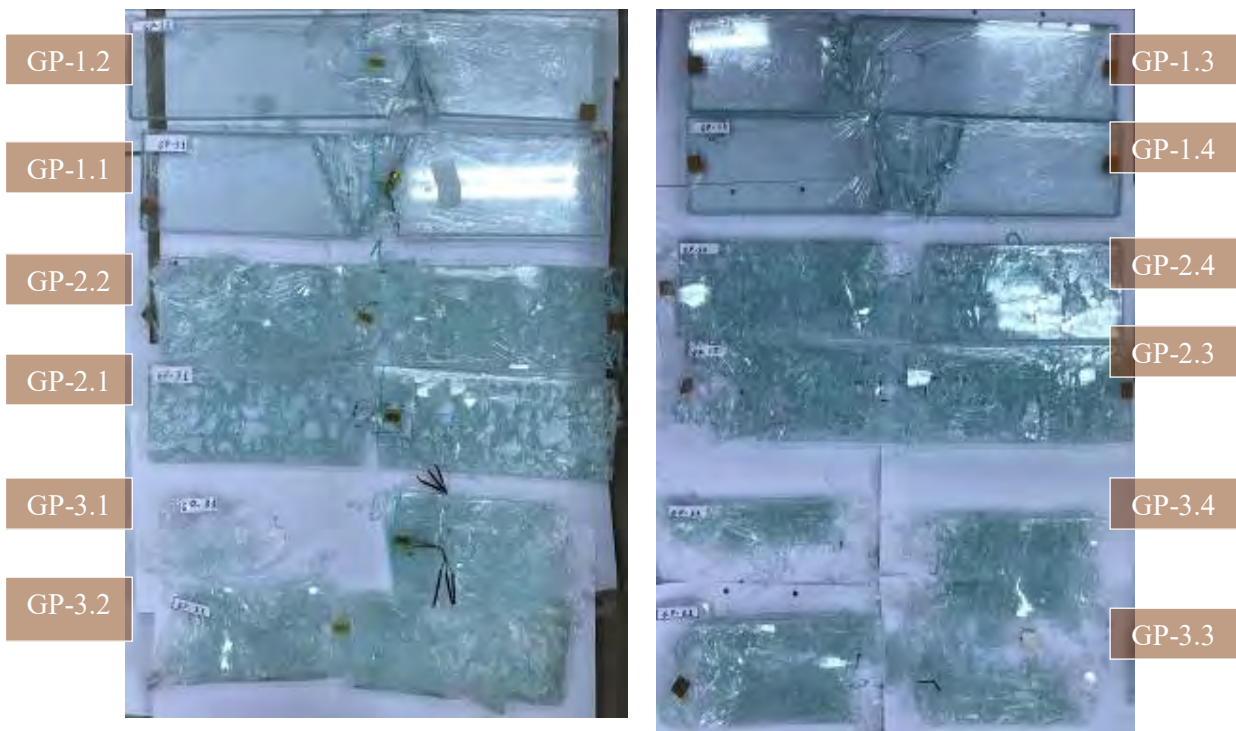


Рис.7. Вигляд дослідних зразків після руйнування.

Fig.7. Type of prototypes after destruction.



Рис.8. Вигляд дослідних зразків після руйнування.
Fig.8. Type of prototypes after destruction.



Рис.9. Вигляд дослідних зразків після руйнування.
Fig.9. Type of prototypes after destruction.

Дані про міцність наведено у табл. 2. Вимірювали міцність на згин для кожного зразка, виконуючи процедуру, описану в [24] та [25] відповідно до рівняння 1 і 2.

Прикладені навантаження в $F(H)$ для скляних зразків трьох серій з номінальними

розмірами $500 \times 100 \times 10$ (див. табл. 1) становили $10 H/c$ та $7 H/c$ (див. табл. 3). Зразки II серії були квазістатично зігнуті при навантаженні $10 H/c$ та $7 H/c$. Міцність на згин цього типу зразків скла показала величини, аналогічні несучій здатності зразків II серії.

Табл.2. Результати проведених досліджень
Table 2. The results of research

Серія	Марка	Максим. Навант. кН	Максим. прогин, мм [f]	Міцність на згин, N/mm ² (MPa)	Модуль пружності, $\times 10^{10}$ Па	Модуль пружності за законом Гука, $\times 10^{10}$ Па	Темп збільшення навантаження N/s	Швидкість наростання максим. напруження, MPa/s
I	GP-1.1	1,1675	3.73	78.81	7.13	7.24	10	0.68
	GP-1.2	0,9881	3.32	66.70	6.78	6.64		0.68
	GP-1.3	1,2528	3.91	84.56	7.30	7.20		0.68
	GP-1.4	1,3167	4.41	88.88	6.80	6.70		0.68
	GP-1.5	1,0655	3.38	71.92	7.18	7.23		0.68
	GP-1.6	1,3946	4.53	94.14	7.01	7.15		0.68
	GP-1.7	1,0901	3.43	73.58	7.24	7.11		0.68
	GP-1.8	0,8955	2.81	60.45	7.26	7.12		0.68
	GP-1.9	1,2746	4.41	86.04	6.58	6.46		0.68
	GP-1.10	1,0234	3.26	69.08	7.15	7.09		0.68
II	GP-2.1	1,5813	5.39	106.74	6.68	6.75	10	0.68
	GP-2.2	2,4371	7.88	164.50	7.05	7.20		0.68
	GP-2.3	2,3926	7.91	161.50	6.89	6.98		0.68
	GP-2.4	2,0231	6.47	136.56	7.12	7.24		0.68
	GP-2.5	1,7115	5.5	115.53	7.09	7.18		0.68
	GP-2.6	1,8438	5.96	124.46	7.05	7.12		0.68
	GP-2.7	2,5009	8.51	168.81	6.70	6.95		0.68
	GP-2.8	2,2565	7.62	152.31	6.75	6.71		0.68
	GP-2.9	1,8074	5.9	122.00	6.98	6.85		0.47
	GP-2.10	3,1277	10.49	211.12	6.79	6.61		0.47
III	GP-3.1	4,2007	13.55	283.55	7.06	7.15	10	0.68
	GP-3.2	3,0634	10.05	206.78	6.94	7.05		0.68
	GP-3.3	2,5711	8.5	173.55	6.89	6.98		0.68
	GP-3.4	3,3425	11.07	225.62	6.88	7.02		0.68
	GP-3.5	3,2338	10.49	218.28	7.02	7.20		0.68
	GP-3.6	3,779	12.53	255.08	6.87	6.96		0.68
	GP-3.7	2,7398	8.77	184.94	7.12	7.24		0.68
	GP-3.8	3,2428	10.82	218.89	6.83	6.94		0.68
	GP-3.9	2,3479	7.58	158.48	7.06	7.21		0.68
	GP-3.10	2,7523	9.17	185.78	6.84	6.97		0.68

В зразках I серії зустрічаються схеми руйнування, які зазвичай спостерігаються у зразках з кераміки на згин (ASTM C1161, section X1 [67]). Вони руйнувались на дві частини, подібно до середньо-високоміцної кераміки. Усереднений максимальний прогин дослідних зразків серії становив 3,7мм.



а

Зразки II серії зруйнувались з усередненим максимальним прогином 7,2 мм, що було на 194% більшим як у зразків I серії. Руйнування відбулось на дрібні частинки орієнтовним розміром 4 x 4 мм різних геометричних форм рис. 10.



б

Рис.10. Характер розкриття тріщин дослідних зразків II та III серії
а) дослідний зразок марки GP-2.8; б) дослідний зразок марки GP-3.8.

Fig.10. The nature of the opening of cracks of prototypes of the II and III series
a) prototype brand GP-2.8; b) prototype brand GP-3.8

Зразки III серії зруйнувались з усередненим максимальним прогином 10,3 мм, що було на 278% більшим у порівнянні до зразків I серії та на 143% в порівнянні з дослідними зразками II серії. Руйнування відбулось на дрібні частинки орієнтовним розміром 1x1мм різних геометричних форм рис. 10.

СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ДОСЛІДЖУВАНОЇ МІЦНОСТІ НА ВИГІН СКЛА ЗА ДОПОМОГОЮ РОЗПОДІЛУ ВЕЙБУЛЛА

На рис.11 показано діаграми Вейбулла для кожної випробувальної серії, що представляє кумулятивні імовірності руйнування $F_i(t)$ як функцію застосованого напруження (t_i) . Окрім візуального зображення тенденції даних з лінією регресії, лінійне регресійне рівняння для оцінок параметрів Вейбулла також обчислюється та фіксується на графіку (відповідно до рівнянь 10 та рівняння 11). Коефіцієнт детермінації, зазначений R^2 (коефіцієнт R-квадрат), аналогічний коефіцієнту кореляції R, говорить,

що це рівняння для кожної серії досліджень характеризує дані надзвичайно добре. Оскільки R^2 близький до 1, розподіл Вей-

булла добре підходить для аналізу міцності скла.

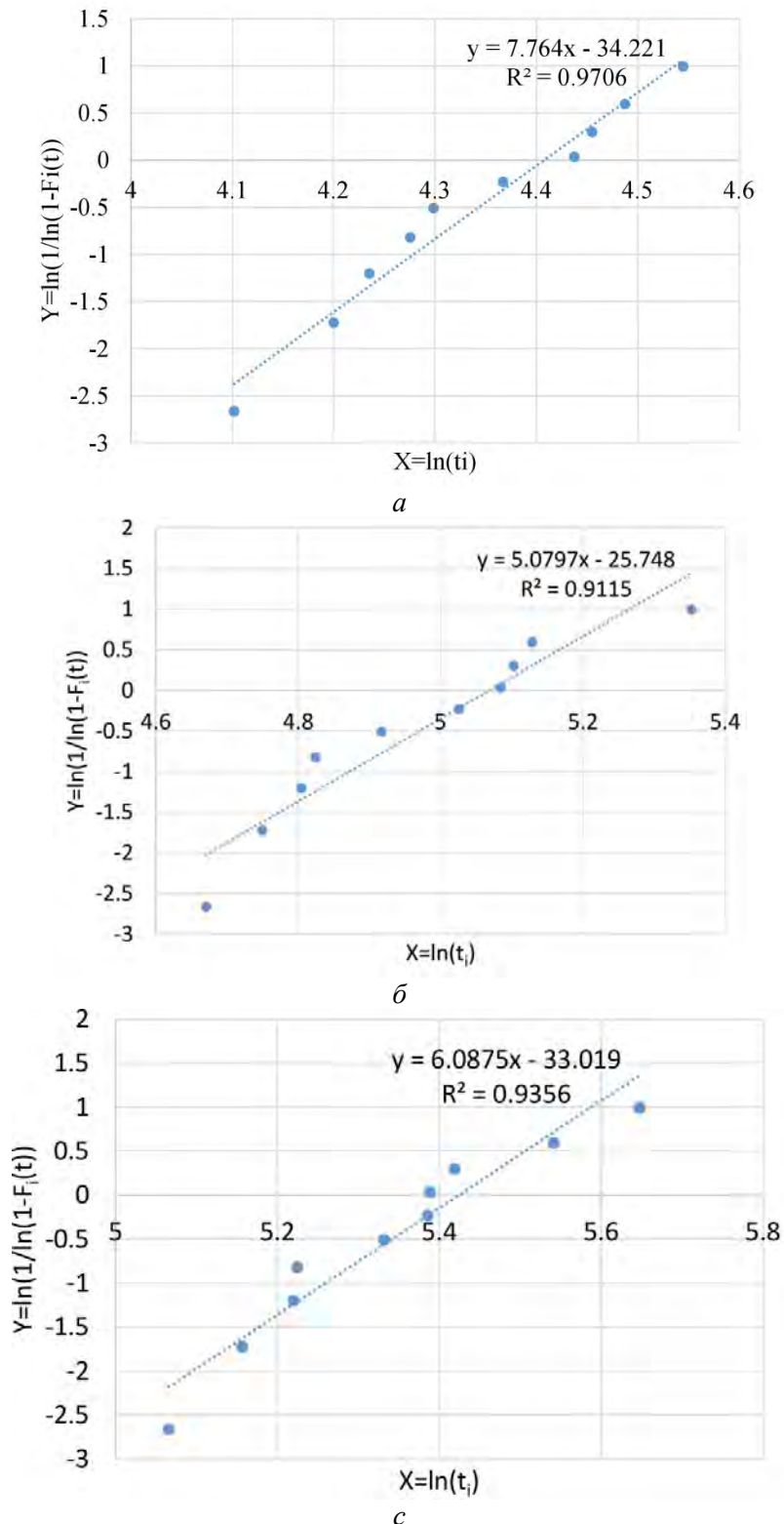


Рис. 11. Графіки Вейбулла для розподілу міцностей :
а) I серії; б) II серії ; в) III серії

Fig. 11. Weibull graphs for strength distribution:
a) I series; b) series II; c) III series.

Графіки на рис.11 дають значення логарифму міцності скла на згин (t_i) у відповідності до ймовірності руйнування $F_i(t)$ з

$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - F_i(t)} \right) \right]$$

Характеристичні значення міцності на розтяг при згині скла $f_{gk,5\%}$ відповідають коефіцієнту руйнування 5% (міцність B5), визначеного з рівнем довіри 95%. Характеристики міцності на розтяг при згині для трьох серій скла оцінюються відповідно до рівн. 6 і 7 і вказані в табл. 3.

Табл.3. Розподіл Вейбулла
Table 3. Weibull distribution

Тестова серія Вейбулла характеристика	I	II	III
1	2	3	4
Weibull modulus β (slope m of Weibull plot) $\beta = m$	7.76	5.08	6.09
Intercept b of Weibull plot $b = -\beta \cdot \ln(\eta)$	-34.22	-25.75	-33.02
Weibull characteristic strength (63.2% failed), МПа $\eta = \exp\left(-\frac{b}{\beta}\right)$	82.08	159	226.78
Characteristic strength of glass (5% failed), МПа $f_{gk,5\%} = \eta \left(\ln \left(\frac{1}{1-0.05} \right) \right)$ $= \eta (-\ln(1-0.05))^{\frac{1}{\beta}}$	55.94	88.6	139.22

Таблиця 3 показує різні значення вимірюваної міцності скла: характерна міцність (63,2% руйнувань) у моделі Вейбулла та міцність B5 (5% руйнувань) – характеристична міцність для скла. Ці значення визначались відносно параметрів Вейбулла β і η з коефіцієнтами кореляції R близькими до 1.

ВИСНОВКИ І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Міцність на згин скла визначалась випробуваннями на згин для трьох серій дослідних зразків. Визначена міцність відповідає двопараметричному розподілу Вейбулла, і тому може бути рекомендована до використання при опису досліджень міцності скла. Характеристична міцність для трьох серій скла при 95% допустимих межах були роз-

раховані за статистичним аналізом Вейбулла.

Експерименти проведені на геометрично ідентичних скляних зразках для звичайного, термозміцненого та гартованого скла показали широкий діапазон міцності їх на згин. Характерні значення міцності скла, що відповідають 5% квантилю, відповідно до процедури оцінки випробувань скла склали відповідно 55,94 МПа, 88,60 МПа та 139,22 МПа для першої, другої та третьої серії випробувань. Максимальна міцність на згин скла в значній мірі залежить від стану поверхні, тому в будь-якому випадку присутня мінливість міцності скла різних партій. Для достовірної міцності скла, необхідно проводити випробування з кожної партії в умовах, які максимально точно відповідають тим, що зустрічаються в експлуатації.

Отримані дані про міцність скла можна використати при проектуванні скляних конструкцій, які піддаються фактичним умовам експлуатації (наприклад, багатошарові скляні колони, що працюють на стиск під статичним навантаженням).

ЛІТЕРАТУРА

1. **R. Kalamar, M. Eliášová**, Load Bearing Innovative Construction from Glass, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 96 (2015) 012066, Available from: <https://doi.org/10.1088/1757-99X/96/1/012066>.
2. **B. Demchyna, M. Surmai, R. Tkach**, The experimental study of glass multilayer columns using digital image correlation, *Archives of Materials Science and Engineering* 96/1 (2019) 32-41.
3. **Б. Демчина, М. Сурмай, Р. Ткач**. (2018). Скляна колона [E04C 3/30, E04B 1/18, E04B 1/28, E04H 15/34, E04H 15-60]. Патент UA, no. 128990.
4. **M. Achintha**. Sustainability of glass in construction, in: J. Khatib (Ed.), *Sustainability of Construction Materials*, Woodhead Publishing, 2016, pp. 79-104, Available from: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-100370-1.00005-6>.
5. **F. Pariafsai**, A review of design considerations in glass buildings, *Frontiers of Architectural Research* 5(2) (2016) 171-193, Available from: <https://doi.org/10.1016/j.foar.2016.01.006>.
6. **Radovic, E.; Lara-Curzio, E.; Riester, L.** Comparison of different experimental techniques for determination of elastic properties of solids. // *Materials Science and Engineering: A*. 368, 1-2(2004), pp. 56-70. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2003.09.080>.
7. **Bamber, M. J.; Cooke, K. E.; Mann, A. B.; Derby, B.** Accurate determination of Young's modulus and Poisson's ratio of thin films by a combination of acoustic microscopy and nanoindentation. // *Thin Solid Films*. 398-399(2001), pp. 299-305. [https://doi.org/10.1016/S0040-6090\(01\)01341-4](https://doi.org/10.1016/S0040-6090(01)01341-4).
8. **Rho, J. Y.; Ashman, R. B.; Charles, H. T.** Young's modulus of trabecular and cortical bone material: Ultrasonic and microtensile measurements. // *Journal of Biomechanics*. 26, 2(1993), pp. 111-119. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(93\)90042-D](https://doi.org/10.1016/0021-9290(93)90042-D).
9. **Kiesewetter, L.; Zhang, J-M.** Determination of Young's moduli of micromechanical thin films using the resonance method. // *Sensors and Actuators A: Physical*. 35, 2(1992), pp. 153-159. [https://doi.org/10.1016/0924-4247\(92\)80154-U](https://doi.org/10.1016/0924-4247(92)80154-U).
10. **R. E. Mould**, The Strength of Inorganic Glasses, in: L.J. Bonis, J. J. Duga, J.J. Gilman (Eds), *Phenomena in the Materials Sciences, V. 4: Fracture of Metals Polymers and Glasses*, Plenum Press, 1967, pp. 119-149, Available from: http://www.americanglassresearch.com/sites/default/files/r009-the_strength_of_inorganic_glass.pdf.
11. **L. Curkovic, A. Bakic, J. Kodvanj and T. Haramina**, Flexural strength of alumina ceramics: Weibull analysis, *Transactions of Famena* 34 (2010) 13-18, Available from: <http://repozitorij.fsb.hr/3589/1/FLEXURAL%20STRENGTH%20OF%20ALUMINA%20CERAMICS.pdf>.
12. **S. Costa, M. Miranda, H. Varum, F. Teixeira-Dias**, On the Evaluation of the Mechanical Behaviour of Structural Glass Elements, *Materials Science Forum* 514-516 (2006) 799-803, Available from: <http://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.514-516.799>.
13. **EN 61649:2008**, Weibull analysis (IEC 61649:2008), European Committee for Elec-

- trotechnical Standardization (CENELEC), 2008.
14. **EN 12603:2002**, Glass in building - Procedures for goodness of fit and confidence intervals for Weibull distributed glass strength data, European Committee for Standardization (CEN), 2002.
 15. **Oliver, W. C.; Pharr, G. M.** Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology. // *Journal of Materials Research*. 19, 1(2004), pp. 3-20. <https://doi.org/10.1557/jmr.2004.19.1.3>.
 16. **Tohmyoh, H.; Akanda, M. A. S.; Takeda, H.; Saka M.** Determination of elastic-plastic properties of metallic thin wires by small-span bending test. // *Glass, Inverse Problems, History of Fracture Mechanics And Fatigue, Ice Mechanics and Ice Structures Interaction, Proceedings of the ICF12, Ottawa, 2009*, pp. 1-6.
 17. **Miljojković J., Bijelić I., Vranić N., Radovanović N., Živković M.,** (2017). Determining elastic modulus of the material by measuring the deflection of the beam loaded in bending. *Technical Gazette* 24, 4, 1227-1234. <https://doi.org/10.17559/TV-20170609133537>.
 18. **A.R. Migliore Jr., E.D. Zanotto**, Fracture strength of glass analysed by different testing procedures, *Glass Technology* 37(3) (1996) 95-98, Available from: <http://www.lamav.ufscar.br/artpdf/gt37.pdf>.
 19. **K.Pankhardt**, Loadbearing glasses, Doctoral (PhD) Thesis, *Budapest University of Technology and Economics, Faculty of Civil Engineering, Department of Construction Materials and Engineering Geology*, 2010, Available from: <https://repozitorium.omikk.bme.hu/bitstream/handle/10890/1041/ertekezes.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
 20. **J.W. Pepi**, Chapter 11: Inert Strength Determination, in: *Strength Properties of Glass and Ceramics*, SPIE Press monograph, SPIE Press, 2014, Available from: <https://doi.org/10.1117/3.1002530.ch11>.
 21. **R. Dugnani, R. Zednik**, Flexural Strength by Fractography in Modern Brittle Materials, *Journal of the American Ceramic Society* 96(12) (2013) 3908-3914, Available from: <https://doi.org/10.1111/jace.12627>.
 22. **B. Demchyna, T. Osadchuk**, Flexural strength of glass using Weibull statistic analysis, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering* 87/2 (2018) 49-61.
 23. **EN 1288-3:2000**, Glass in building Determination of the bending strength of glass - Part 3: Test with specimen supported at two points (four point bending), Brussels, European Committee for Standardization CEN, 2000.
 24. **ASTM C158 Flexural Bend Testing for Glass** - TestResources, Available from: <https://www.testresources.net/applications/standards/astm/astm-c158-flexural-bend-testing-for-glass>.
 25. **ASTM C1161-18**, Standard Test Method for Flexural Strength of Advanced Ceramics at Ambient Temperature, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2018.
 26. **EN 61649:2008**, Weibull analysis (IEC 61649:2008), European Committee for Electrotechnical Standardization (CENELEC), 2008.
 27. **EN 12603:2002**, Glass in building - Procedures for goodness of fit and confidence intervals for Weibull distributed glass strength data, European Committee for Standardization (CEN), 2002.
 28. **Characterizing a Distribution** — Introduction to Statistics 6.4 documentation, Available from: <http://work.thaslwanter.at/Stats/html/statsDistributions.html>.
 29. **W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery**, Numerical Recipes in C (2nd Ed.): The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press, New York, USA, 1992, Available from: https://www2.units.it/ipl/students_area/imm2/files/Numerical_Recipes.pdf.
 30. **Scholz**, Inference for the Weibull Distribution, Stat 498B Industrial Statistics, 2008, Available from: <https://www.stat.washington.edu/people/fritz/DATAFILES498B2008/WeibullBounds.pdf>.

REFERENCES

1. **R. Kalamar, M. Eliášová**, Load Bearing Innovative Construction from Glass, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 96 (2015) 012066, Available from: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/96/1/012066>.
2. **B. Demchyna, M. Surmai, R. Tkach**, The experimental study of glass multilayer columns using digital image correlation, *Archives of Materials Science and Engineering* 96/1 (2019) 32-41.
3. **B. Demchyna, M. Surmai, R. Tkach.** (2018). Skliana Kolona [E04C 3/30, E04B 1/18, E04B

- 1/28, E04H 15/34, E04H 15-60]. Patent UA, no. 128990 (in Ukrainian).
4. **M. Achintha**. Sustainability of glass in construction, in: J. Khatib (Ed.), *Sustainability of Construction Materials*, Woodhead Publishing, 2016, pp. 79-104, Available from: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-100370-1.00005-6>.
 5. **F. Pariafsai**, A review of design considerations in glass buildings, *Frontiers of Architectural Research* 5(2) (2016) 171-193, Available from: <https://doi.org/10.1016/j.foar.2016.01.006>.
 6. **Radovic, E.; Lara-Curzio, E.; Riester, L.** Comparison of different experimental techniques for determination of elastic properties of solids. // *Materials Science and Engineering: A*. 368, 1-2(2004), pp. 56-70. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2003.09.080>.
 7. **Bamber, M. J.; Cooke, K. E.; Mann, A. B.; Derby, B.** Accurate determination of Young's modulus and Poisson's ratio of thin films by a combination of acoustic microscopy and nanoindentation. // *Thin Solid Films*. 398-399(2001), pp. 299-305. [https://doi.org/10.1016/S0040-6090\(01\)01341-4](https://doi.org/10.1016/S0040-6090(01)01341-4).
 8. **Rho, J. Y.; Ashman, R. B.; Charles, H. T.** Young's modulus of trabecular and cortical bone material: Ultrasonic and microtensile measurements. // *Journal of Biomechanics*. 26, 2(1993), pp. 111-119. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(93\)90042-D](https://doi.org/10.1016/0021-9290(93)90042-D).
 9. **Kiesewetter, L.; Zhang, J-M.** Determination of Young's moduli of micromechanical thin films using the resonance method. // *Sensors and Actuators A: Physical*. 35, 2(1992), pp. 153-159 [https://doi.org/10.1016/0924-4247\(92\)80154-U](https://doi.org/10.1016/0924-4247(92)80154-U).
 10. **R. E. Mould**, The Strength of Inorganic Glasses, in: L.J. Bonis, J. J. Duga, J.J. Gilman (Eds), *Phenomena in the Materials Sciences, V. 4: Fracture of Metals Polymers and Glasses*, Plenum Press, 1967, pp. 119-149, Available from: http://www.americanglassresearch.com/sites/default/files/r009-the_strength_of_inorganic_glass.pdf.
 11. **L. Curkovic, A. Bakic, J. Kodvanj and T. Haramina**, Flexural strength of alumina ceramics: Weibull analysis, *Transactions of Famena* 34 (2010) 13-18, Available from: <http://repositorij.fsb.hr/3589/1/FLEXURAL%20STRENGTH%20OF%20ALUMINA%20CERAMICS.pdf>.
 12. **Costa, M. Miranda, H. Varum, F. Teixeira-Dias**, On the Evaluation of the Mechanical Behaviour of Structural Glass Elements, *Materials Science Forum* 514-516 (2006) 799-803, Available from: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.514-516.799>.
 13. **EN 61649:2008**, Weibull analysis (IEC 61649:2008), *European Committee for Electrotechnical Standardization (CENELEC)*, 2008.
 14. **EN 12603:2002**, Glass in building - Procedures for goodness of fit and confidence intervals for Weibull distributed glass strength data, *European Committee for Standardization (CEN)*, 2002.
 15. **Oliver, W. C.; Pharr, G. M.** Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology. // *Journal of Materials Research*. 19, 1(2004), pp. 3-20. <https://doi.org/10.1557/jmr.2004.19.1.3>.
 16. **Tohmyoh, H.; Akanda, M. A. S.; Takeda, H.; Saka M.** Determination of elastic-plastic properties of metallic thin wires by small-span bending test. // *Glass, Inverse Problems, History of Fracture Mechanics And Fatigue, Ice Mechanics and Ice Structures Interaction, Proceedings of the ICF12, Ottawa, 2009*, pp. 1-6.
 17. **Miljojković J., Bijelić I., Vranić N., Radovanović N., Živković M.**, (2017). Determining elastic modulus of the material by measuring the deflection of the beam loaded in bending. *Technical Gazette* 24, 4, 1227-1234. <https://doi.org/10.17559/TV-20170609133537>.
 18. **A.R. Migliore Jr, E.D. Zanotto**, Fracture strength of glass analysed by different testing procedures, *Glass Technology* 37(3) (1996) 95-98, Available from: <http://www.lamav.ufscar.br/artpdf/gt37.pdf>.
 19. **K. Pankhardt**, Load bearing glasses, Doctoral (PhD) Thesis, *Budapest University of Technology and Economics, Faculty of Civil Engineering, Department of Construction Materials and Engineering Geology*, 2010, Available from: <https://repositorium.omikk.bme.hu/bitstream/handle/10890/1041/ertekezes.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
 20. **J.W. Pepi**, Chapter 11: Inert Strength Determination, in: *Strength Properties of Glass and Ceramics*, SPIE Press monograph, SPIE Press, 2014, Available from: <https://doi.org/10.1117/3.1002530.ch11>.

21. **R. Dugnani, R. Zednik**, Flexural Strength by Fractography in Modern Brittle Materials, *Journal of the American Ceramic Society* 96(12) (2013) 3908-3914, Available from: <https://doi.org/10.1111/jace.12627>.
22. *B. Demchyna, T. Osadchuk*, Flexural strength of glass using Weibull statistic analysis, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering* 87/2 (2018) 49-61.
23. **EN1288-3:2000**, Glass in building - Determination of the bending strength of glass - Part 3: Test with specimen supported at two points (four point bending), Brussels, European Committee for Standardization CEN, 2000.
24. **ASTM C158** Flexural Bend Testing for Glass - TestResources, Available from: <https://www.testresources.net/applications/standards/astm/astm-c158-flexural-bend-testing-for-glass>.
25. **ASTM C1161-18**, Standard Test Method for Flexural Strength of Advanced Ceramics at Ambient Temperature, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2018.
26. **EN 61649:2008**, Weibull analysis (IEC 61649:2008), European Committee for Electrotechnical Standardization (CENELEC), 2008.
27. **EN 12603:2002**, Glass in building - Procedures for goodness of fit and confidence intervals for Weibull distributed glass strength data, European Committee for Standardization (CEN), 2002.
28. **Characterizing a Distribution** — Introduction to Statistics 6.4 documentation, Available from: <http://work.thaslwanter.at/Stats/html/statsDistributions.html>.
29. **W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery**, Numerical Recipes in C (2nd Ed.): The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press, New York, USA, 1992, Available from: https://www2.units.it/ipl/students_area/imm2/files/Numerical_Recipes.pdf.
30. **Scholz**, Inference for the Weibull Distribution, Stat 498B Industrial Statistics, 2008, Available from: <https://www.stat.washington.edu/people/fritz/DATAFILES498B2008/WeibullBounds.pdf>.

OF PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF GLASS ON BENDING USING WEIBULL DISTRIBUTION STATISTICAL ANALYSIS

*Bogdan Demchyna, Mykhailo Surmai,
Roman Tkach, Vasylyna Hula*

Summary. The main methods of testing the strength of glass are considered and the results of measuring the strength of glass according to the proposed experimental methods are presented. A step-by-step guide for analyzing strength data using a two-parameter Weibull distribution is also described. The modulus of elasticity was determined, which was calculated by two methods. The first method was to analyze the data of strain gauge readings, and was calculated according to Hooke's law. The second method was to calculate the modulus of elasticity by the formula derived from the equation for calculating the deflection. This paper considers three series of prototypes, each of which consists of ten experiments. Experimental samples of series I are made of ordinary sheet glass. Series II is made of heat-strengthened sheet glass, and prototypes of series III were made of tempered sheet glass. A comprehensive review of existing test methods for the strength of glass. The features of the used bending tests and statistical analysis of the measured strength data are described. The results may be of particular interest to specialists in modern design of load-bearing structures made of glass.

Keywords: tests for three-point bending; bending strength of glass; two-parameter Weibull distribution; statistical analysis; glass sample; modulus of elasticity