

ПОРІВНЯННЯ О МІСЦЕВОЙ СТІЙКОСТІ СТІНОК ДВОТАВРОВИХ БАЛОК ЗА ДБН В.2.6-198-2014 І ЄВРОКОДОМ 3 (ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010) ПРИ ПРУЖНІЙ РОБОТІ СТАЛІ

A COMPARISON THE STABILITY WALL OF THE I-SECTION BEAMS IN BENDING IN ACCORDANCE WITH THE STATE STANDARD (DBN V.2.6-198-2014) AND EUROCODE 3 (DSTU N B EN 1993-1-1: 2010)

Білик С.І., проф., д.т.н., Лавриненко Л.І., Алтайє Н., аспірант, Салієнко В.І., магістр, (Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ)

Bilyk S.I., doctor of technical sciences, proffesor, Lavrinenko L.I., candidate of technical sciences, docent, Altaie H., postgraduate, (Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv)

Проведено порівняння теоретичних досліджень критичних напружень при втраті стійкості стінок двотаврових балок з вимогами нормативних документів ДБН В.2.6-198-2014 І ЄВРОКОДОМ 3 (ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010).

In article studies is a comparison of the stability wall of The I-section beams in bending in accordance with the State Standard (DBN v.2.6-198-2014) and Eurocode 3 (DSTU n b en 1993-1-1: 2010). Also a comparison of the buckling wall of The I-section beams in bending in accordance with normative documents and with theoretical results task of the buckling plates

Ключові слова:

Стійкість стінки, згинальний момент, поперечна сила, дотичні напруження.

Stress, flexibility wall strength, stability wall, bending moments, shear strength, shear stress.

Актуальність роботи. Необхідність проектування сталевих конструкцій за європейськими нормативними документами відкрита завдяки прийняттям ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010 (Єврокод 3) "Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1-3. Загальні правила. (EN 1993-1-3:2006, IDT)". Основним документом з проектування залишається ДБН В.2.6-198:2014 «Сталеві конструкції. Норми проектування» Державний стандарт ДСТУ-Н Б

EN 1993-1-1:2010 є адаптованими нормативними документами європейських норм (Єврокод 3)[1,2,3].

Проектування сталевих конструкцій за різними нормативними документами [1,2,3,4] вимагає визначення загальних спільних теоретичних положень і розуміння робочих факторів, які є аналітичною основою нормативних документів, і які забезпечують певні запаси при розрахунках на стійкість і міцність, враховують особливості напружено-деформованого стану і вплив початкових ексцентриситетів прикладання навантаження і недосконаlostі виготовлення конструкцій. **Актуальність таких досліджень обумовлена вирішенням важливої науково-технічної проблеми** узагальнення та розвиток теоретичних положень міцності та стійкості сталевих конструкцій при удосконаленні нормативних документів з розрахунку сталевих конструкцій при адаптації до європейських технологій і норм з проектування.

Аналіз основних досліджень і публікацій. В статті розглянуто тільки 1 клас перерізів за ДБН В.2.6-198-2014 (3 клас перерізів за Єврокодом 3 (ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010), вважається що сталь працює в межах пружних деформацій. Слід відзначити основні наукові дослідження зі стійкості пластин, як елементів складених перерізів сталевих конструкцій: С.П. Тимошенко (1910), Ф. Bleich, F., Southwell, R.V., and Skan, S.W. (1924) [5,6,12,13,14]. В цих фундаментальних роботах розглянута стійкість пластин різної довжини при різних умовах закріплення та навантаженнях. Наукові праці Вольмира А.С, А.А. Власова, Б.М. Брудэ, Алфутов А.С. [15,16,17,18] були направленні на вирішення важливих практичних задач проблем стійкості пластин при різних умовах закріплення. Проведені числові дослідження стійкості пластин при різних умовах обпирання, показана відмінності між точним рішенням і приблизним рішенням. Поведінка закритичної роботи пластин присвячені дослідження р ряду авторів [15,16,17,18]. Ідея Т. Кармана (1932) про концепцію ефективного перерізу елемента після втрати стійкості стінки [14] набула розвитку в сучасних нормативних документа для балок з гнучкою стінкою, для 4 класу перерізів за європейськими нормативнимидокументами. Стійкості тонкостінних сталевих з урахуванням втраті стійкості стінок або полиць викладені в робота Stowell, E.Z. (1943), Schafer, B. W., Рекоz, Т. (1987 -2012), Thomasson, Р.(1978) [19,20,26,28,31]. Стійкості стінок і полиць холодно формованих тонкостінних елементів досліджено в роботах [21,22,23,24,25]. Закритична робота складових пластини сталевих балок і колон з гнучкою і стінкою постійного і змінного перерізу [32,33,34, 35,36] балок з поперечно гофрованою стінкою, тонкостінних профілів з поздовжніми гофрами [34,7,29,30] відкривають можливість підвищити ефективність використання сталі в сталевих елементах завдяки їх тонкостінності.

Постановка задачі. Порівняти нормативні вимоги стійкості стінок двотаврів європейських та вітчизняних норм з проектування балкових елементів.

Мета і задача досліджень, методика досліджень. Узагальнити дослідження визначення визначення стійкості сталевих елементів, що працюють на згин.

Використовуються аналітичні методи і підходи щодо результатів досліджень стійкості пластин металевих елементів.

Результати дослідження. За ДБН В.2.6-198-2014 стійкість стінки визначається залежності від місцевих напружень при $\bar{\lambda}_w = \frac{h_{ef}}{t_w} \sqrt{\frac{R_y}{E}}$.

В таблиці 1 наведено порівняння вимог за ДБН В.2.6-198-2014 і Єврокодом 3 (ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010) при визначенні стійкості стінок балок.

Таблиця 1

Порівняння місцевої стійкості стінок балок при згині за ДБН В.2.6-198-2014 і за Єврокод 3 (ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010) при пружній роботі сталі			
Згинальні елементи Клас перерізів 1 за ДБН В.2.6-198-2014	Згинальні елементи Клас перерізів 3 за Єврокод 3 (ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010)		
$\bar{\lambda}_w = \frac{h_{ef}}{t_w} \sqrt{\frac{R_y}{E}}$ $\bar{\lambda}_w \leq 3,5$ – за відсутності місцевого напруження у балках з двосторонніми поясними швами;	$c/t \leq 124\varepsilon$ $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	$c/t \leq 42\varepsilon$	якщо (when) $\psi > -1$: $c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67+0,33\psi}$
		якщо (when) $\psi \leq -1^*$: $c/t \leq 62\varepsilon(1-\psi)\sqrt{(-\psi)}$	

Місцева стійкість стінок за ДБН В.2.6-198-2014 забезпечена при граничній гнучкості:

Введено поняття гнучкості стінки $\lambda_w = \frac{h_w}{t_f}$. За розрахункову довжину стінки

h_{ef} приймають: у зварних балках – повну висоту стінки h_w , у прокатних і гнутих – відстань між початками внутрішніх закруглень.

$\bar{\lambda}_w \leq 3,5$ – за відсутності місцевого напруження у балках з двосторонніми

поясними швами;

$\bar{\lambda}_w \leq 3,2$ – те саме, у балках з односторонніми поясними швами;

$\bar{\lambda}_w \leq 2,5$ – за наявності місцевого напруження у балках з двосторонніми поясними швами.

Виконано порівняння цих характеристик в залежності від класу сталі (f_y) та гнучкості стінки ($\bar{\lambda}_w$). Таке порівняно виконано і наведені результати у табл.2.

Таблиця 2

$R_{yf} (f_y)$, МПа	235		320	
	ДБН В.2.6-198-2014	ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010	ДБН В.2.6-198-2014	ДБН В.2.6-198-2014
	$\lambda_w = \frac{h_w}{t_w}$	$\lambda_w = \frac{h_w}{t_w}$	$\lambda_w = \frac{h_w}{t_w}$	$\lambda_w = \frac{h_w}{t_w}$
$\bar{\lambda}_w \leq 2,5$	74,0184	124	71,056	68,42381
$\bar{\lambda}_w \leq 3,2$	94,7436	124	90,9523	87,58248
$\bar{\lambda}_w \leq 3,5$	103,626	124	99,479	95,79334
$\bar{\lambda}_w \leq 4,2$	124,351	124	119,375	114,952
$\bar{\lambda}_w \leq 5,5$	162,841	124	156,324	150,5324

Таким чином, за ДБН стійкість стінок забезпечується із умови граничної умовної гнучкості $\bar{\lambda}_w \leq 3,5$ (гнучкість $\lambda_w = h_w / t_w = 103,63$), за європейськими нормами із умови граничної умовної гнучкості $\bar{\lambda}_w \leq 4,2$ (гнучкість $\lambda_w = h_w / t_w = 124$). За європейськими нормами більше враховується защемлення стінок поилицями, але і накладаються більші обмеження на звіс полиці, що підвищує защемлення стінки в полицях. Таким чином, в європейських нормах закладено механізм проектування більш високих балок з більш вузькими полицями.

Теоретичні основи місцевої стійкості стінок двотаврових балок. В теорії стійкості стінок двотаврових балок прийнято **розрахункова схема стінок, як нескінченно-довгих пластин пружно защемлених у поясних листах.** Пружне защемлення стінок залежить від жорсткості поясів та їх напружено-

деформованого стану : рівня напружень по відношенню до критичних напружень, які виникають в стиснутій полиці двотавра при згинно-крутильній формі втрати стійкості.

Стінка балки може втрачати стійкість внаслідок переважної дії дотичних напружень τ або переважної дії стискаючих напружень σ при дії згинального моменту і поперечних сил. Стискаючі зовнішні сили відсутні, нормальні напруження виникають тільки від згинального моменту (M_x).

Критичні напруження в пластинах при дії дотичних напружень без урахування локальних напружень (σ_{loc}). Для демонстрації впливу защемлення в поясах стінок в балках розглянуто узагальнено результати досліджень стійкості пластин при різних умовах обпирання. Записи формул проведені у відповідності із позначеннями прийнятими у вітчизняних нормативних документах.

Стійкість пластин шарнірно-опертих по контуру. В теорії стійкості пружних пластин прийнято, що при ширині пластини (b) та довжині (a) виконується умова довгої, нескінченно-довгої пластини ($a \gg b$). На пластину діють тільки дотичні напруження, нормальні напруження відсутні, або їх величиною можна знехтувати $\tau \gg \sigma$. ($Q \rightarrow \max; M = 0$)

Експериментальні дослідження в свій час показали, що при дії дотичних напружень втраті стійкості таких пружних пластин відбувається через утворення складок під кутом до повздожньої осі.

Вигнуту поверхню пластини при втраті стійкості при зсуві рекомендується описувати подвійною синусоїдальною функцією.

$$w = f \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{\pi}{l} (x - ky). \quad (1)$$

В представленій апроксимації прогинів пластини при випучуванні прийнято такі позначення: b – ширина пластини, l – відстань між вузловими точками, k – параметр нахилу складок при випучуванні, f – максимальне переміщення пластини з площини при втраті стійкості.

Робота зовнішніх зсувних сил, що призводить до втрати стійкості пластини буде:

$$W = \tau t_w \int_0^b \int_0^l \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} dx dy. \quad (2.a)$$

Після інтегрування отримана наступна відома формула .

$$W = \tau t_w f^2 \frac{\pi^2 k_\tau b}{4l}. \quad (2.b)$$

Повна потенціальна енергія буде мати запис.

$$U = Df^2 \frac{\pi^4}{8lb} \left[\frac{l^2}{b^2} + 6k_\tau^2 + 2 + \frac{b^2}{l^2} (1 + k_\tau^2)^2 \right]. \quad (3)$$

Якщо порівняти потенціальну енергію внутрішніх сил до роботи зовнішніх сил, тоді буде рівняння для визначення критичних дотичних напружень τ_{cr} .

$$U = W \rightarrow \tau t_w f^2 \frac{\pi^2 k_\tau b}{4l} = Df^2 \frac{\pi^4}{8lb} \left[\frac{l^2}{b^2} + 6k_\tau^2 + 2 + \frac{b^2}{l^2} (1 + k_\tau^2)^2 \right]. \quad (4)$$

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 D}{2t_w k_\tau b^2} \left[\frac{l^2}{b^2} + 6k_\tau^2 + 2 + \frac{b^2}{l^2} (1 + k_\tau^2)^2 \right]. \quad (5)$$

Найменше значення критичних дотичних напружень буде приймати значення при умові.

$$\frac{\partial \tau}{\partial k_\tau} = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial l} = 0. \quad (6)$$

Друга умова (6) дає мінімальне відношення.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial l} = 0. \rightarrow \frac{\partial \tau}{\partial l} &= \frac{\pi^2 D}{2t_w k_\tau b^2} \left[2 \frac{l}{b} - \frac{2(l/b)}{l^4/b^4} (1 + k_\tau^2)^2 \right] = 0 \\ 2 \frac{l}{b} - \frac{2(l/b)}{l^4/b^4} (1 + k_\tau^2)^2 &= 0 \rightarrow 1 - \frac{1}{l^4/b^4} (1 + k_\tau^2)^2 = 0 \rightarrow \frac{l^4}{b^4} = (1 + k_\tau^2)^2. \end{aligned}$$

Остаточо.

$$\frac{l}{b} = \sqrt{(1 + k_\tau^2)}. \quad (7)$$

Інша умова (6), дає алгебраїчне рівняння з двома невідомими.

$$\frac{\partial \tau}{\partial k_\tau} = \frac{\pi^2 D}{2t_w b^2} \left[\frac{1}{k_\tau} \left[\frac{l^2}{b^2} + 6k_\tau^2 + 2 + \frac{b^2}{l^2} (1+k_\tau^2)^2 \right] \right]' = 0.$$

$$-\frac{l^2}{k_\tau^2 b^2} - 6 - \frac{2}{k_\tau^2} - \frac{b^2}{l^2 k_\tau^2} (1+k_\tau^2)^2 + 12 + 4 \frac{b^2}{l^2} (1+k_\tau^2) = 0. \quad (8.a)$$

Заміна розмірів пластини $\frac{l}{b} = \sqrt{(1+k_\tau^2)}$ приводить до рівняння з одним невідомим.

$$-\frac{1}{k_\tau^2} - 1 - \frac{2}{k_\tau^2} + 6 - \frac{1}{k_\tau^2} - 1 + 4 = 0 \rightarrow \frac{4}{k_\tau^2} + 8 = 0. \quad (8.b)$$

Далі проста формула для визначення параметра k_τ^2 , а також для розмірів напівхвилі.

$$k_\tau^2 = \frac{1}{2} \rightarrow k_\tau = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (8.c)$$

$$\frac{l}{b} = \sqrt{(1+k_\tau^2)}. \quad \frac{l}{b} = \sqrt{(1+0,5)} = 1,2247. \quad (8.d)$$

Формула критичних дотичних напружень має запис такий за (5) з урахуванням (8).

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 D}{2t_w k_\tau b^2} \left[\frac{l^2}{b^2} + 6k_\tau^2 + 2 + \frac{b^2}{l^2} (1+k_\tau^2)^2 \right]. \quad \tau_{cr} = 4 \frac{\pi^2 D}{t_w k_\tau b^2}.$$

$$\tau_{cr} = 4\sqrt{2} \frac{\pi^2 D}{t_w b^2}. \quad (9.a)$$

$$\tau_{cr} = K_\tau \frac{\pi^2 D}{t_w b^2}; \quad K_\tau = 4\sqrt{2} = 5,657. \quad (9.b)$$

За дослідженнями Southwell, R. V. (Southwell, R. V. Skan S.W. On the stability under shearing forces of a flat elastic strips. Proceeding of the Royal Society. Of London, Series A 105,582-607,1924) точне рішення в замкнутому вигляді дає значення 5,34, що біля 6% менше за приблизне рішення отримане за критерієм

Тимошенко С.П. За приблизним рішенням $l = \sqrt{(1+k_\tau^2)}b = 1,2247 b$ (за формулою 3.8) при $k_\tau = \frac{1}{\sqrt{2}}$, а точне рішення дає значення $l = 1,25 b$ (рис.3.1).

В таблиці 3 вказано уточнені значення коефіцієнта K_τ при різних відношеннях довжини (l) до ширини пластини (b). l/b

Уточнені значення коефіцієнта K_τ

Таблиця 3

l/b	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	2,0	3,0	5,0	∞
K_τ	9,34	8,47	7,97	7,57	7,3	6,9	6,64	6,47	6,04	5,71	5,34

Значення наведені у таблиці достатньо точно можна обчислювати за формулою

$$K_\tau = 5,34 + \frac{4}{(l/b)^2}. \quad (10)$$

Стійкість нескінченних пластин жорстко защемлених по поздовжних краяхах. У випадку жорсткого защемлення поздовжних крайок пластин значення параметра стійкості збільшується з 5,34 до 8,98.

$$\tau_{cr} = K_\tau \frac{\pi^2 D}{t_w b^2}; \quad K_\tau = 8,98. \quad l = 0,8b. \quad (10)$$

Відстань між вузловими точками звужується до $l = 0,8b$. (рис.3.2).

Нормативні вимоги до місцевої стійкості стінок двотаврових балок. Порівняння з теоретичними положеннями.

Стійкість при дії дотичних напружень. Запишемо формули (9) і (10) через позначення прийняті в ДБН В.2.6-198-2014 .

$$\tau_{cr} = K_\tau \frac{\pi^2 D}{b^2 t_w}; \quad D = \frac{Et_w^3}{12(1-\nu^2)}. \rightarrow b = h_w \rightarrow \tau_{cr} = K_\tau \frac{\pi^2 D}{h_w^2 t_f}. \quad (11.a)$$

Тепер маємо такий результат при переході до гнучкості стінки.

$$(\lambda_w = \frac{h_w}{t_f}).$$

$$\tau_{cr} = K_\tau \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} E \frac{t_w^2}{h_w^2} \rightarrow \lambda_w = \frac{h_w}{t_f} \rightarrow \tau_{cr} = K_\tau \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{\lambda_w^2}. \quad (11.b)$$

Випадку, коли критичні напруження дорівнюють міцності сталіна зріз, з останнього рівняння випливає формула для отримання граничної гнучкості стінки при якій стінка не буде втрачати стійкість.

$$\tau_{cr} = R_s \rightarrow \lambda_w^2 = K_\tau \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{E}{R_s}. \quad (12.a)$$

$$\lambda_w = \sqrt{K_\tau \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{E}{R_s}}}. \quad \lambda_w = \sqrt{K_\tau \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{R_y}{R_s}} \sqrt{\frac{E}{R_y}}}. \quad (12.b)$$

Перейдемо до умовної гнучкості стінки ($\bar{\lambda}_w$):

$$\bar{\lambda}_w = \lambda_w \sqrt{\frac{R_y}{E}}. \quad (13.a)$$

$$\tau_{cr} = K_\tau \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{\lambda_w^2}. \quad \tau_{cr} = K_\tau \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{R_y}{\lambda_w^2 (R_y / E)}. \quad (14.b)$$

Якщо дотичні критичні напруження за (3.14.b) досягають межі міцності сталі на зсув, тоді формула (3.14.b) прийме запис.

$$\tau_{cr} = R_s \rightarrow R_s = \frac{R_y}{\sqrt{3}} = 0,577 R_y \rightarrow \quad (15.a)$$

$$R_y = 1,732 \rightarrow R_s \rightarrow R_y = \sqrt{3} R_s.$$

$$R_s = K_\tau \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{R_y}{\bar{\lambda}_w^2} \rightarrow R_s = K_\tau \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{\sqrt{3} R_s}{\bar{\lambda}_w^2}. \quad (15.b)$$

При значенні $K_\tau = 5,34$ маємо формулу для визначення критичних дотичних напружень та граничну гнучкість стінки при втраті стійкості стінки від зсувних зусиль.

$$\tau_{cr} = K_\tau \frac{\pi^2 \sqrt{3}}{12(1-\nu^2)} \frac{R_s}{\bar{\lambda}_w^2} = 9,769 \frac{R_s}{\bar{\lambda}_w^2}. \quad (16.a)$$

$$\tau_{cr} = R_s = \frac{R_s}{\bar{\lambda}_w^2} \rightarrow \bar{\lambda}_w^2 = 9,769 \rightarrow \bar{\lambda}_w = \sqrt{9,769} = 3,12. \quad (16.b)$$

В нормативних документа з проектування сталевих конструкцій прийнято враховувати **защемлення стінки** в поясах двотаврової балки, тому критичні дотичні напруження та граничне значення умовної гнучкості при умові $\tau_{cr} = R_s$ прийнято більшим.

$$\tau_{cr} = 10,3 \frac{R_s}{\bar{\lambda}_w^2} \rightarrow \bar{\lambda}_w = \sqrt{10,3} = 3,2.$$

Таким чином, на стійкість стінок балок при дії дотичних напружень защемлення полицями є фактично пружним защемлення стінки полицями, вплив початкових недосконалостей так впливає, що фактично вважається, що стінка близька до ідеально шарнірно защемленої пластини.

Висновки. Проведено порівняння теоретичних досліджень критичних напружень при втраті стійкості стінок двотаврових балок з вимогами нормативних документів ДБН В.2.6-198-2014 і ЄВРОКОДОМ 3 (ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010). Показано, в нормативних вимогах введено певні запаси за місцевою стійкістю стінок, які враховують початкові недосконалості та дордаткові локальні напруження. Доказано спільність теоретичних положень покладених в основу розрахунку критичних напружень при втраті стійкості стінок сталевих елементів за вимогами нормативних документів ДБН і ДСТУ.

1. ДБН В.2.6-198-2014 «Сталеві конструкції. Норми проектування», Мінрегіонбуд, 2014, К.: Видавництво «Сталь», 2014, 199 с. 2. AISI-S100. (2007) North American Specifications for the Design of ColdFormed Steel Structural Members, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C. 3. ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2012 "Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила і правила для споруд (EN 1993-1-1:2005, IDT)". 4. ДСТУ-Н Б EN 1993-1-3:2012 "Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1-3. Загальні правила. Додаткові правила для холодноформованих елементів і профільованих листів (EN 1993-1-3:2006, IDT)". 5. Григолюк Э. И. Проблемы

нелинейного деформирования: Методы приложения решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела. /Э.И. Григолюк, В.И. Шалашилин/ М: Наука. Гл.ред.физ.мат. лит., 1988 -233 с. **6.** Karman, Th. The strength of thin plates in compression / Th. Karman, E. E. Sechler, L. H. Donnell // Transaction of the ASME. Vol. 54 – New York : ASME, 1932. – P. 53-57. **7.** Расчет стальных холодноформованных профилей в соответствии с Еврокодом 3. Хейвуд М., Уей. Э., Беляев Н.А., Билык С.И. Билык А.С., Украинский Центр Стального Строительства, 2015 К.: Изд-во ООО «НПП «Интерсервис»», 2015, с.99. **8.** Білик С.І. Теоретичне порівняння фактора стійкості і коефіцієнта поздовжнього згину центрально-стиснутих сталевих колон з урахуванням початкових деформацій та вигинів/Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського. Вип. 15. – К. : Вид-во «Сталь», 2015. – С. 48-61. **9.** Thomasson, P. (1978). "Thin-walled C-shaped panels in axial compression." Swedish Council for Building Research, D1 1978, Stockholm, Sweden. **10.** Southwell, R.V., and Skan, S.W. (1924). "On the stability under shearing forces of a flat elastic strip." Proceedings of the Royal Society A, 105(733), 582-607. **11.** Timoshenko S.P. and Gere J.M: Theory of Elastic Stability, McGraw Hill Kogakusha Ltd., New York. 1961. **12.** Desmond, T.P., Peköz, T., and Winter, G. (1981). "Edge stiffeners for thin-walled members." Journal of the Structural Division, ASCE, 107(ST2), 329–353. **13.** Naik, R. (2010). "Elastic Buckling Studies of Thin Plates and Cold-Formed Steel Members in Shear." Virginia Tech Research Report No. CE/VPI-ST- 10/08, Blacksburg, VA. **14.** Pham, C.H., and Hancock, G.J. (2009). "Shear buckling of thin-walled channel sections." Journal of Constructional Steel Research, 65(3), 578-585. **15.** Pham, C.H. and Hancock, G.J. (2012), Direct strength design of cold-formed C-sections for shear and combined actions, JSE, ASCE, Vol. 138, No.6, pp 759 - 768. **16.** Schafer, B.W. (2002). "Local, distortional, and Euler buckling of thin-walled columns." Journal of Structural Engineering, 128(3), 289-299. **17.** Singer J., Arboz J., Weller T. Buckling Experiments, Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures, Volume 2, Shells, Built-up Structures, Composites and Additional Topics. ©John Wiley and Sonc. Inc.? New York. 1998. Pages 1136. **18.** Schafer, B. W. (1997). "Cold-formed steel behavior and design: Analytical and numerical modeling of elements and members with longitudinal stiffeners." PhD dissertation, Cornell Univ., Ithaca, N.Y. **19.** Schafer, B. W. (2000). "Distortional buckling of cold-formed steel columns: Final report." Sponsored by the American Iron and Steel Institute, Washington, D.C. **20.** Schafer, B. W., and Peko`z, T. (1998a). "Computational modeling of coldformed steel: Characterizing geometric imperfections and residual 298 / JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING / MARCH 2002 stresses." J. Constr. Steel Res., 47~3. **21.** Schafer, B. W., and Peko`z, T. ~1998b. "Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions." 14th Int. Specialty Conf. on Cold-Formed Steel Structures, St. Louis. **22.** Schafer, B. W., and Peko`z, T. ~1999. "Laterally braced cold-formed steel flexural members with edge stiffened flanges." J. Struct. Eng., 125~2!, 118–127. **23.** Southwell, R.V., and Skan, S.W. (1924). "On the stability under shearing forces of a flat elastic strip." Proceedings of the Royal Society A, 105(733), 582-607. **24.** Stowell, E.Z. (1943). Critical Shear Stress of an Infinitely Long Flat Plate with Equal Elastic Restraints Against Rotation Along the Parallel Edges, National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), Report No. 3K12, Langley Field, VA. **25.** Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем.: монография / Н.А. Алфутов. – Москва, Машиностроение. – 1978. **26.** Блейх Ф. Устойчивость металлических конструкций. – М.: Госиздат физ-мат литературы, 1959. – 544 с. **27.** Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: «Наука», 1967. – 984 с. **28.** Тимошенко С.П. История науки о сопротивлении материалов с краткими

сведениями о теории упругости и теории сооружений. – М.: Гостехтеоретиздат, 1957. – 536 с. **29.** Феппл А. Сила и деформация : прикладная теория упругости. Т. 2 / А. Феппл, Л. Феппл – М.-Л. : Главная редакция общетехнической литературы и номографии, 1938. – 408 с. **30.** Білик С.І., Стійкість холодногнутих швелерів з урахуванням пластичних властивостей мало вуглецевих сталей / С.І. Білик, А.С. Білик, М.В. Усенко, О.Є. Золотопольський // Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проєктного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. Вип. 7. – К. : Вид-во «Сталь», 2011. – С. 26-35. **31.** Білик С.І., Залишкові напруження в сталевих холодногнутих профілях / С.І. Білик, А.С. Білик, М.В. Усенко, В.В. Куземко, В.В. Нужний // Строительство, материаловедение, машиностроение. Сборник научных трудов. Выпуск 61 – Днепропетровск, 2011. **32.** Білик С.І., Методика розрахунку на стійкість холодногнутих швелерів з урахуванням пластичних деформацій / С.І. Білик, М.В. Усенко // Строительство, материаловедение, машиностроение». – Выпуск 60. – Дніпропетровськ, 2011. – С. 21-25. **33.** Білик С.І., Про стійкість центрально-стиснутого гнутого швелера з урахуванням розвитку пластичних деформацій./ С.І. Білик, М.В. Усенко // Зб. наук. пр. Вип. 21. – Рівне. МОН України, НУВГП, 2011. – С. 136–143. **34.** Білик С.І., Апроксимація діаграми розтягу сталі степеневою функцією / С.І. Білик, А.С. Білик, М.В. Усенко // Современные строительные конструкции из металла и древесины// Сборник научных трудов №15, часть 3.-Одесса. МОН Украины, ОДАБУ,2011.-С.3-9. **35.** Білик С. І., Склярів І. О. Рациональні рамні каркаси постійного та змінного двотаврового перерізу з підвищеною гнучкістю стінки – К. : Вид-во «Сталь», 2010. – С. 199-209. **36.** Склярів І. О, Білик С. І. Розвиток теорії розрахунку та проєктування рамних каркасів змінного двотаврового перерізу з гнучкою стінкою / І. О. Склярів, С. І. Білик // Містобудування та територіальне планування: Науково- технічний збірник – Вип. 38. – К., КНУБА, 2010. – С. 48-56.