УДК 539.3

ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ РИГЕЛІВ ПРИ РІЗНІЙ ГЕОМЕТРИЧНІЙ ФОРМІ ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ В ПРОГРАМНОМУ КОМПЛЕКСІ FEMAP NASTRAN.

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ РИГЕЛЕЙ РАЗНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ В ПРОГРАМНОМ КОМЛЕКСЕ FEMAP NASTRAN.

OPTIMAL DESIGN OF BEAM WITH DIFFERENT GEOMETRIC CROSS-SECTIONAL SHAPE OF IT IN THE SOFTWARE PACKAGE FEMAP NASTRAN.

Гайдайчук В.В. д.т.н., проф., Кошевий О.О., аспірант., Кошева І.С. асистент (Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ)

Гайдайчук В.В. д.т.н. проф., Кошевой О.О., аспирант., Кошевая И.С. ассистент (Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев)

Gaydaychyk V.V. doctor of technical sciences, professor, Kosheviy O.O., postgraduate, Kosheva I.S. assistant (Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv)

Виконано дослідження оптимізації стержневих стальних конструкцій, які працюють на згин. Розрахунок дозволив оптимізувати рішення по масі та площі поперечного перерізу елементів будівельних конструкцій. Зроблені висновки про актуальність автоматизації оптимального проектування в будівельній галузі.

В статье выполнены исследования оптимизации стержневых стальных ригелей, работающих на изгиб. Расчет позволил оптимизировать решение по массе и площади поперечного сечения элементов строительных конструкций. Сделаны выводы об актуальности автоматизации оптимального проектирования в строительной отрасли.

The article describes the optimization of rod steel of beam, who works on a bend. The optimal solution about weight and the optimum cross-section of

a column was calculated. Concluded the automatical and optimal design of balm for the construction industry.

Ключові слова:
Оптимізація, оптимальне проектування, оптимізація ригелів, оптимізація Femap Nastran.
Оптимизация, оптимальное проектирование, оптимизация ригелей, оптимизация Femap Nastran.
Optimization, optimal design, optimization of beams, different cross section, optimization with Femap Nastran.

Вступ. Головною проблемою будівельної галузі є економія матеріальних ресурсів при будівництві будь-якого об'єкту, для того щоб залучити інвестиції до країни, потрібно запропонувати потенційним інвесторам гарні економічні умови. Однією із складових вартості будівництва, є вартість будівельних несучих конструкцій. Створення ефективних і економічних конструкцій можливо при розробці і широкому впровадження в практику проектування методів оптимізації. Навантаження, які діють на будівлю або споруду, багатогранні. Вибір небезпечних комбінацій навантажень залежить від відношення жорсткості і розмірів поперечного перерізу, які на етапі формування обмежень задачі оптимального проектування невідомі. Оптимальне рішення має дуже багато складових, таких як: архітектурна виразність, міцність, стійкість, технологічність виробництва і легкість в монтажі, економність. Ці складові, як правило, завжди суперечать один одному. Конструкція повинна бути енергоефективна і вогнетривка, при цьому, повинні виконуватись економічні вимоги, які мінімізують масу матеріалу і вартість виготовлення, а також методи швидкого і якісного монтажу, для того, щоб швидко вводити в експлуатацію конструкцію [3].

Задачі раціонального розподілу матеріалу в будівельних конструкціях виникли тоді, коли людство почало зводити інженерні споруди. Але і на сьогоднішній день ця проблема є актуальною. Перед будівельниками і архітекторами стоїть завдання проектування архітектурно виразних, надійних і дешевих будівель та споруд. Таке завдання може бути розв'язане за умови використання методів оптимізації у проектуванні несучих конструкцій. Розвиток програмних комплексів і комп'ютерної техніки може значно спростити проектування оптимальних конструкцій. Кожний проектний розрахунок будівельних конструкцій включає необхідність оптимізації їх елементів.

Проблеми конструкції необхідно вирішувати на етапі двох стадій проектування. Вартість і строки виконання таких завдань закладається в собівартість будівельного проекту, для будь-якого потенційного інвестора дуже вигідно, коли собівартість будівельного проекту є мінімальною, тому з розвитком науково-технічного процесу питання про виведення оптимального рішення будівельної конструкції, без витрат довгої і рутинної праці проектувальника є актуальним [4; 5].

Формалізація процесу пошуку оптимального рішення відповідає задачам математичного програмування, які є одними з основних математичних апаратів теорії дослідження операцій, де мета рішення задач є вибір програми дій - за допомогою методу скінченних елементів будівельної механіки.

В загальному вигляді задача математичного програмування зводиться до пошуку вектора невідомих при умов мінімізації цільової функції $F(\overline{X}) \to min$. По своїй постановці така задача практично збігається з задачею проектування: знайти такі фізичні або геометричні параметри конструктивної форми, при яких показники якості рішення досягають екстремального значення. По факту в просторовій розрахунковій моделі ми бачимо варіативне зменшення цільового функціоналу, результатом якого є оптимальне рішення при заданому ліміті.

Однак, наявність такого підходу не вирішує проблему оптимізації довільної конструкції, тому розробка універсального підходу до проектування стержневих систем зберігає свою практичну актуальність. Такий підхід дає можливість в рамках загального методу вирішувати і нестандартні задачі, включаючи задачу вибору проектного рішення, його аналізу і підбору поперечного перерізу конструктивних елементів.

Сучасний етап розвитку теорії оптимального проектування характеризується більш складними постановками задач з одночасним наближенням їх до задач реального проектування. Комплексне рішення передбачає оптимізацію конструкцій, форм і розмірів поперечного перерізу стержня при змінних геометричних і фізичних параметрів системи. Суворе математичне рішення таких задач з використанням методів математичним програмуванням пов’язано з певними труднощами, які виникають при математичному моделюванні задач, їх суттєвою не лінійністю, дискретністю і матеріалоємністю. Врахування реальної ефективності реалізації їх рішень на практиці, є все більш актуальними для проектування металевих конструкцій [6; 7].

Теоретичні відомості. Задачі оптимального проектування в будівельній механіці по своєму задуму схожі до задач математичного програмування з обмеженням у вигляді нерівностей. Їх рішення зводиться до пошуку невідомого вектора змінних $\bar{X}$, що визначає геометричні і фізичні характеристики системи, при умові мінімуму цільової функції $F(\bar{X}) \rightarrow min$.

Аналіз багатьох робіт по оптимальному проектуванню в будівельній механіці показує, що основним фактором вибору математичної моделі задачі є прийнятий метод рішення і тільки в другу чергу вимоги найбільшої відповідності сформульованої моделі своєму фактичному прототипу. Саме цим можна пояснити велике різноманіття моделей і методів рішення задачі оптимального проектування в будівельній механіці.

При оптимізації ригелів різного поперечного перерізу використовувався математичний метод проекції градієнта, на базі побудованої моделі методом скінчених елементів модель представлена на Рис. 1, для вирішення задач параметричної оптимізації [1]. Математичний метод проекції градієнта використовує інформацію тільки перших похідних, або градієнту, і полягає в побудові послідовності модифікацій проекту, котрий забезпечує збіжність в точці з мінімальним значенням функції цілі (точці оптимуму), при цьому виконується автоматизований статичний розрахунок:

Знайти такий проект S (вектор $\vec{X}_k$), що

$$\begin{gathered} h_k(S) = 0 \text{ при } k = 1; 2; \dots \dots \dots k_n \\ g_j(S) \leq 0 \text{ при } j = 1; 2; \dots \dots \dots j_n \end{gathered} \qquad (1)$$

Функція $\varphi(S)$ мінімальна. Через S позначена деяка точка в просторі проектування, яка визначається певними вибраними змінними. В більшості задачах умови на функціонали h_k і g_j визначаються обмеженнями на поведінку конструкції під навантаженням, але деякі із них можуть відображати задані розділи підпростору проектування.

Питання в тому, має задача, визначення в загальному вигляді умови (1) рішення, залишається відкритим і лиш в окремих випадках може бути вирішена на основі фізичної інтуїції. Теж саме можна сказати і відносно єдиного рішення.

Із (1) випливає, що якщо S є оптимальним рішенням, то малі варіації δS всередині підпростору проектування задовольняють вимоги.

$$\begin{aligned} &\delta h_k(S) = 0 && \text{при } k = 1; 2; \dots \dots \dots k_n \\ &\delta g_j(S) \le 0 && \text{для всіх } j, \text{ при яких} \\ &\delta g_j(S) \le 0 && g_j(S) = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Це класичне варіаційне формулювання є необхідною умовою оптимального рішення.

Умову (2) можна представити в іншій, часто більш в зручній формі. Для простоти припустимо, що змінні проектування визначають N дійних чисел, так, що простір проектування можна представити як N-мірне еквівалентне простору.

Позначимо через S деяке допустиме рішення, а через δS його довільну варіацію в межах підпростору проектування. Якщо $h_k(S) = 0$, то варіації δS перпендикулярні по всім векторам $\nabla h_k(S)(k = 1; 2; \dots . k)$, де набла-оператор ∇ означає градієнт. Подібним чином обмеження у вигляді активних нерівностей $g_j(S) = 0$ потребують, щоб варіація δS не мала компонент в позитивному напрямку $\nabla g_j(S)$

Звідси можна зробити висновок, що для будь-яких дійних чисел $\lambda_k \ge 0$ і $\gamma_j \ge 0$ проекції δS на вектор

$$\sum_{k=1}^{K} \lambda_k \nabla h_k(S) + \sum_j' \gamma_j \nabla g_j(S) \tag{3}$$

не є позитивними. Символ $\sum_j'$ позначає, що сума обмежень лиш тими значеннями j, для котрих $g_j(S) = 0$. Іншими словами, будь-який напрямок, що має компоненту в будь-якому із напрямків (1.3), веде в неприпустимий простір.

Щоб зменшити цільову функцію φ, необхідно рухатися в напрямку, який має будь-яку позитивну компоненту в негативному напрямку $\nabla\varphi$, але якщо цей напрямок $-\nabla\varphi$ є будь-яким із напрямків (3), то ніякий рух всередину допустимого простору не зменшить цільової функції. Отже, в будь-якій із оптимальних точок $-\nabla\varphi$ є одним із напрямків (3).

Використовуючи цю обставину можна зробити висновок, якщо S є оптимальним рішенням, то існує безліч таких дійних чисел $\gamma_j \geq 0$ і додатних чисел λ_k, що

$$-\varphi(S) = \sum_{k=1}^{K} \lambda_k \nabla h_k(S) + \sum_j' \gamma_j \nabla g_j(S) \qquad (4)$$

Формула (4) виражає умову оптимізації Куна-Таккера. Коли немає активних обмежень – нерівностей, величина λ_k може інтерпретуватися як множники Лагранжа. Для задачі без обмежень умови Куна-Таккера зводиться к умови $\nabla\varphi = 0$.

Оскільки відношення (2), (3) задовольняють будь-які стаціонарні рішення, ці умови самі по собі не можуть забезпечити глобальну оптимізацію, але вони створюють основу, на яку будуть посилатися більшість досліджень по оптимальному проектуванню.

Щоб впевнитися в глобальності будь-якого із досягнутих мінімумів, необхідно провести додаткові дослідження. Зокрема, якщо допустимий простір проектування випуклий і якщо цільовий функціонал або випуклий, або вігнутий, то деякі теореми нелінійного програмування можуть давати важливу інформацію відносно глобальності, а також про становище можливого рішення.

Якщо цільова функція φ є унімодальною (маючи один екстремум), то пошук оптимального рішення спрощується. Мультимодальні функції можуть мати деякі оптимальні рішення. Для таких функцій глобальне оптимальне рішення надає собою найменше значення $\varphi(S)$, тоді як локальні оптимальні рішення представляють собою найменше значення $\varphi(\vec{X}_k)$ в околиці оптимального проекту S^1. Як для глобального, так і для локального мінімуму $\varphi(S^1) \leq \varphi(S)$, але для глобального оптимального рішення це відношення виконується для всіх $\vec{X}_k$ в E^n, тоді для локального оптимального рішення цей простір має місце тільки для деякої області.

На практиці припущення про те, що локальний екстремум є глобальним, може бути перевірено шляхом використання деяких початкових векторів, але якщо знайдено одне найменше локальне рішення, в загальному випадку неможна показати, що це рішення обов'язково є глобальним оптимальним проектом. Як цільова функція є позитивною і володіє єдиним екстремумом. Цей факт встановлюється на основі понять випуклості і вігнутості функції.

Функція $\varphi(\vec{X}_k)$ називається випуклою в області R, якщо для любих векторів $\vec{X}_{k1}$ і $\vec{X}_{k2}$ $\in R$

$$\varphi(\theta\vec{X}_{k1} + (1-\theta)\vec{X}_{k2}) \leq \theta\varphi(\vec{X}_{k1}) + (1-\theta)\varphi(\vec{X}_{k2}), \qquad (5)$$

якщо має місце нерівність, що зворотна (1.5) то функція називаються вігнутою.

Диференціальна випукла функція володіє наступними властивостями

1. $\varphi(\vec{X}_{k2}) - \varphi(\vec{X}_{k1}) \geq \nabla^T\varphi(\vec{X}_{k1})(\vec{X}_{k2} - \vec{X}_{k1})$; для всіх $\vec{X}_{k1}$ і $\vec{X}_{k2}$
2. Матриця $\frac{\partial\varphi}{\partial x_i \partial x_j}$ (матриця Гессе) позитивно напів визначена;
3. В області R функція $\varphi(\vec{X}_k)$ має тільки один екстремум.

Із поняття випуклості витікає важливий результат математичного програмування. Якщо мінімізація функції φ випукла і кожна функція $g_j(\vec{X}_k)$, яка задає обмеження у вигляді нерівності – вігнута функція, то локальний мінімум є також і глобальним мінімумом. І аналогічно локальний максимум увігнутої функції є глобальним максимумом [2].

Результати числових досліджень. В просторі Femap Nastran реалізований алгоритм процесу “оптимальної конструкції”. Цей процес використовується за допомогою метода скінчених елементів для стержневих і пластинчастих скінчених елементів. Коефіцієнти чутливості, які використовуються в цьому пошуковому процесі, розраховуються в ході аналізу чутливості підбору поперечного перерізу ригелів.

Програма оптимізації дозволяє знайти оптимальний поперечний переріз конструкції в ході мінімізації або максимізації призначеної цільової функції. В процесі оптимізації ригелів підбираються фізичні параметри поперечного перерізу ригелів, що є проектними змінними. При зміні проектних невідомих повинно виконуватися обмеження для нашого випадку це максимальні напруження, які накладені на відгук конструкції і на змінні проектування.

В ході аналізу чутливості розраховується відношення, коли необхідно модифікувати конструкцію, яка неефективна, щоб можна було запропонувати варіанти для зменшення її поперечного перерізу, що приведе до зменшення маси. Головна ціль оптимізації – автоматизувати для даної задачі процес підбору поперечного перерізу ригелів, використовуючи для знаходження кращого варіанту конструкції чисельні методи.

Математичне представлення задачі проектування називається загальною формулюванням задачі оптимізації можна записати так: $F(\bar{X}) \rightarrow min,$ де $\bar{X} = (X_1, X_2, \dots \dots X_n)$ - змінні проектування. При цьому повинні виконуватися нерівність $\sigma_{max} \leq \sigma_{adm}$.

Об’єктом оптимізації є прототип Національного цирку України — один з найстаріших стаціонарних цирків в Україні. Будівля має круглу форму в плані діаметром 50,3 метра. Будівля одноповерхова. Верхня відмітка комплексу +15.700 м; відмітка прибудови +4.000 м.

В даній статті розглядається тільки частина будівлі – це оптимальне проектування ригелів.

Навантаження на будівлю задавалося згідно [2]. Були задані наступні навантаження: власна вага несучого каркасу, снігове, вітрове, технологічне навантаження від людей. Була обрана сама небезпечна комбінація навантажень і за цією комбінацією виконувався безпосередньо розрахунок на оптимальне проектування ригелів різного поперечного перерізу. Мета цього розрахунку мінімізувати вагу матеріалу ригелів і дослідження поведінки комбінованих напружень оптимального перерізу за заданим навантаженням.

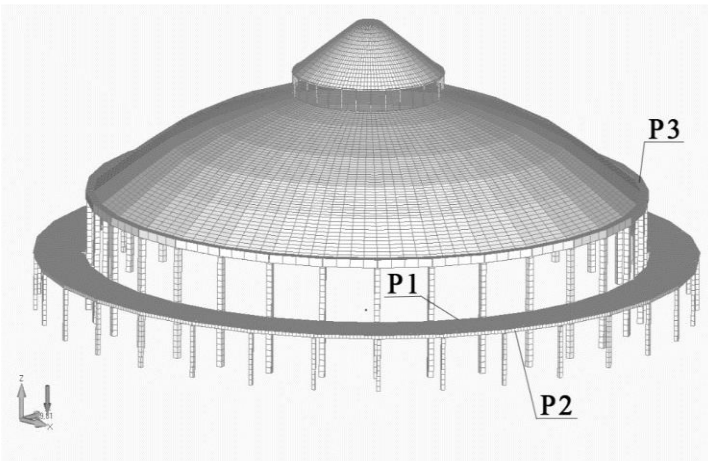


Рис. 1. Просторова скінченно-елементна модель будівлі в Femap Nastran.

Таблиця 1

Зменшення по циклам оптимізації ригелів

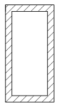
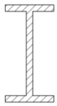
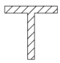
Ригель	Ескіз перерізу	До оптимізації			Після оптимізації		
		Площа в мм^2	Маса в кг.	Напру-ження в Мпа.	Площа в мм^2	Маса в кг.	Напру-ження в Мпа.
Б1		1524.3	1864	160.8	998.6	1221	198.4
Б2		1584	1671.2	148.9	760	801.9	198.2
Б3		7136	7335.6	168.6	3965.5	4076.4	199.3
Б1		1782	2180.7	156.2	800	979	200
Б2		2425	2967.5	143.2	1164.8	1425.3	199
Б3		1725	1820	162.4	1055.8	1113.3	198.2
Б1		7136	7335.6	168.6	3965.5	4076.4	199.3
Б2		11872	12204.1	172.1	7032.1	7228.8	199.9
Б3		13951	14341.3	156.8	5874.2	5714.32	198.9

Рис. 2. Ригель Р1, поперечний переріз профіль прямокутної труби

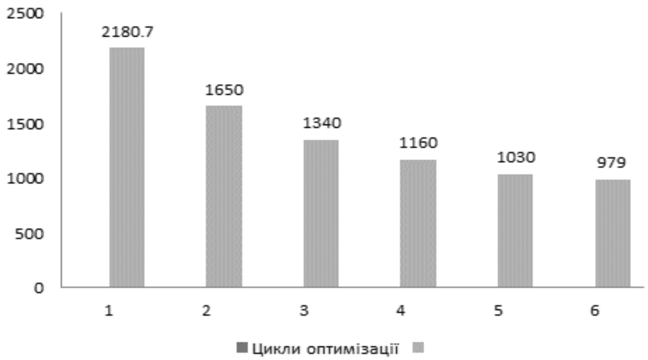


Рис. 3. Ригель Р1, поперечний переріз профіль двотавр

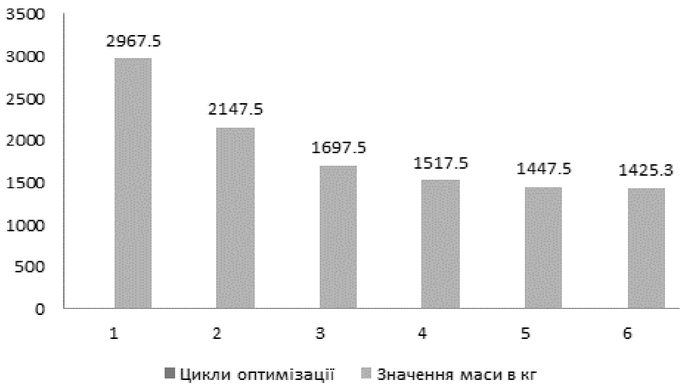


Рис. 4. Ригель Р1, поперечний переріз профіль тавра

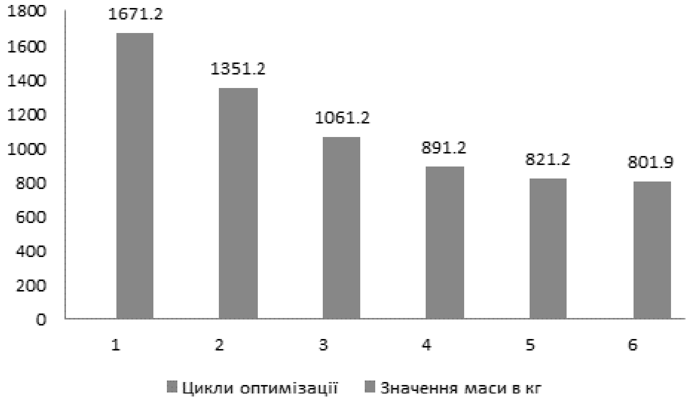


Рис. 5. Ригель Р2, поперечний переріз профіль прямокутної труби

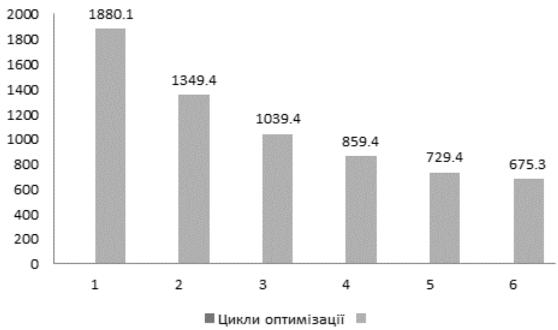


Рис. 6. Ригель Р2, поперечний переріз профіль двотавр

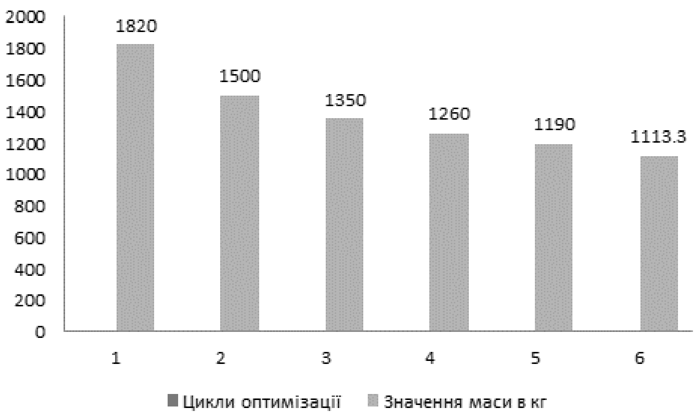


Рис. 7. Ригель Р2, поперечний переріз профіль тавра

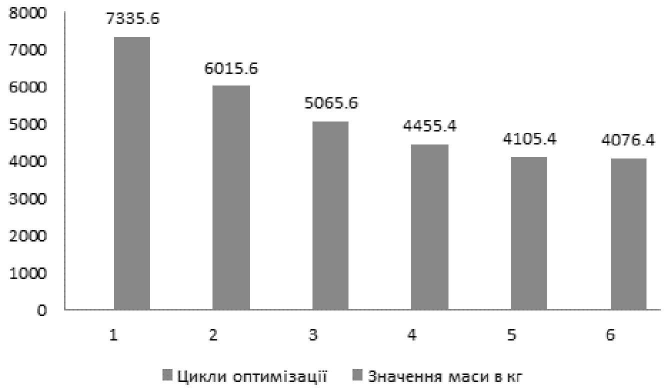


Рис. 8. Ригель Р3, поперечний переріз профіль прямокутної труби

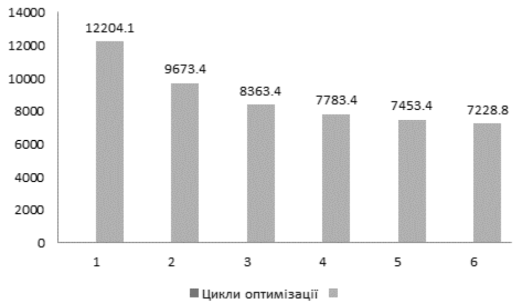


Рис. 9. Ригель Р3, поперечний переріз профіль двотавр

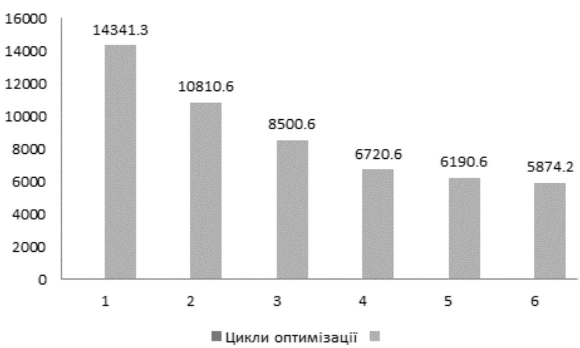
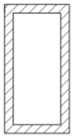
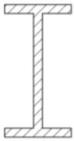
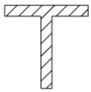


Рис. 10. Ригель Р3, поперечний переріз профіль тавра

Таблиця 2

Зменшення по циклам оптимізації ригелів

Ригель	Ескіз перерізу	Зменьшення і збільшення параметрів оптимізації		
		Площа в %	Маса %	Напруження %
Б1		34.48796169	34.4957082	18.9516129
Б2		52.02020202	52.0165151	24.87386478
Б3		44.42965247	44.4299035	15.4039137
Б1		55.10662177	55.1061586	21.9
Б2		51.96701031	51.9696714	28.04020101
Б3		38.7942029	38.8296703	18.06256307
Б1		44.42965247	44.4299035	15.4039137
Б2		40.76735175	40.767447	13.90695348
Б3		57.89405777	60.1547977	21.16641528

Висновки: Програмний комплекс Femap Nastran з використанням методу скінченних елементів дає можливість не тільки виконувати статичні і динамічні розрахунки просторових скінченно-елементних моделей, а і виконувати розрахунок для знаходження оптимального рішення для стальних конструкцій. На яку було задано навантаження згідно будівельних норм і виконаний розрахунок на оптимізацію ригелів різного поперечного перерізу і дослідження комбінованих напружень при оптимальному проектування ригелів. Результати досліджень представлені на рис. 2…10 показали, що для стальних ригелів при оптимізації можна зменшити площу поперечного перерізу і вагу від 30% до 60%, при цьому комбіновані напруження збільшилися від 15% до 20% і не перевищують критичне комбіноване допустиме напруження $\sigma_{max} \le \sigma_{adm} = 200$ МПа. Цей метод параметричної оптимізації для стальних ригелів різного поперечного перерізу, які працюють на згин дає можливість автоматизувати процес проектування і отримання оптимального поперечного перерізу для будівельних конструкцій такого типу. Також було проведено перевірочний розрахунок на стійкість всієї просторової скінченно-елементної моделі, після того, як було введено згідно розрахунків оптимальний поперечний переріз розрахованих ригелів.

1. Пермяков В.О., Перельмутер А.В. оптимальное проектирование стальных стержневых конструкций. – К: ООО "Издательство Сталь", 2008. – 538 с. **2.** ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. Норми проектування.- К.: Мінрегіонбуд України, 2006.- 59с. **3.** Моргун А.С., Сорока М.М. Розв'язування задач параметричної оптимізації будівельних конструкцій в програмного комплексі ANSYS // Вісник Вінницького політехнічного інституту 2017. №5 С. 18-22. **4.** Гинзбург А.В., Василькин А.А. Постановка задачи оптимального проектирования стальных конструкций // Вестник МГСУ. 2014. № 6. С. 52—62. **5.** Волков А.А., Василькин А.А. Развитие методологии поиска проектного решения при проектировании строительных металлоконструкций // Вестник МГСУ. 2014. № 9. С. 123—137. **6.** Волков А.А., Беляев А.В., Давыдов Е.А., Юдин С.В. Некоторые задачи автомати- зации проектирования в строительстве // Вестник МГСУ. 2010. № 4. С. 256—261. **7.** Шелофаст В.В., Куликов В.Г., Аль Хаммади, Яковлев А.С. Автоматизированное проектирование зданий и сооружений // Промышленное и гражданское строительство. 2011. № 9. С. 49—51.