

Раціоналізація параметрів циліндричної мостової опори (теоретичні основи)

Валерій Шмуклер¹, Олена Петрова², Мохаммад Хаммуд³

Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова
17, вул. Маршала Бажанова, Харків, Україна, 61002

¹Valerii.Shmukler@kname.edu.ua, orcid.org/0000-0002-8670-0731

²petrova.bcd@gmail.com, orcid.org/0000-0003-0683-9694

³hammoud.m.t@outlook.com, orcid.org/0000-0002-5509-8741

Анотація. В статті розглянуто постановку та вирішення задачі міцності та стійкості бетонної опори, що має зовнішню сітчасту обойму, підкріплену арматурними кільцями (шпангоутами), та внутрішню порожнину. Визначені контактні напруження між бетонним ядром та металевою обоймою, які, в свою чергу, залежать від атрибутів власне обойми та кроку шпангоутів. Введений критерій раціоналізації, що базується на мінімізації потенційної енергії деформації. Для позначеної задачі варійованими параметрами є товщина просічно-витяжної сітки, розмір чарунки, крок шпангоутів.

Крім того, в рамках оговореної задачі також запропонований розвиток підходу при формуванні критерію граничного стану матеріалу, що по-різному опирається стиску, розтягу та зсуву (по типу бетонів). В основі підходу лежить уявлення діаграм матеріалу (прийнятих безпосередньо з експериментів) у вигляді полінома п'ятого ступеня. Коефіцієнти даного полінома виражені через загальноприйняті параметри напружено-деформованого стану, які, в свою чергу, можуть залежати від часу, температури і т.д. В якості критерію граничного стану прийнято граничне значення щільності енергії деформацій. При цьому, згадана щільність енергії деформації залежить від частинних її значень, підрахованих окремо для деформацій стиску, розтягу і зсуву. Крім того, критерій враховує характер напружено-деформованого стану шляхом введення в нього параметрів Лод-Надаї.

Як наслідок, для позначених класів бетонів побудовані граничні поверхні в координатах, що



Валерій Шмуклер
Завідуючий кафедри будівельних
конструкцій, д.т.н., проф.



Олена Петрова
ст. викл. кафедри будівельних
конструкцій, к.т.н.



Мохаммад Хаммуд
аспірант кафедри будівельних
конструкцій

являють собою головні напруження. На додаток, надані рекомендації по визначенню нормованих значень щільності енергії деформації і позначений логіко-розрахунковий алгоритм обліку переходу від граничного стану в локальній області до загального колапсу конструкції.

Ключові слова. Сітчаста обойма, шпангоути, діаграма деформування матеріалу, щільність потенційної енергії деформацій, критерій граничного стану, параметр Лод-Надаї.

1 ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Розглядається задача раціоналізації структури порожнистої циліндричної, залізобетонної стійки. Конструктивно дана

стійка являє собою бетонний елемент трубчастого типу, укладений в сітчасту сталеву обойму. Товщина циліндра така, що виключається місцева втрата стійкості. У свою чергу, обойма ззовні підкріплена поперечними сталевими кільцями (шпангоутами), розташованими з кроком a_c (див. рис. 1).

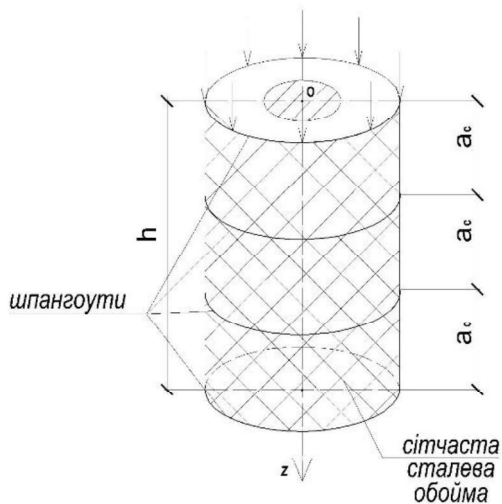


Рис. 1. Опора - бетонний елемент в сітчастій обоймі
Fig. 1. Support - concrete element in a mesh cage

Для високих масивних стійок, площу поперечного перерізу $A(z)$ доцільно формувати відповідно до виразу [1]:

$$A(z) = \frac{\pi}{4} (D^2 - d_0^2 \exp \frac{2\gamma_c}{f_c} \cdot z) \quad (1)$$

де d_0 – діаметр внутрішньої порожнини в початку координат циліндричної системи (рис. 2);

- D – зовнішній діаметр стійки;
- γ_c – питома вага бетону;
- f_c – межа міцності бетону на стиск.

До торців елемента (бетонна частина) вісесиметрично прикладені постійні напруження інтенсивністю q . Рівнодіюча цих напружень дорівнює F .

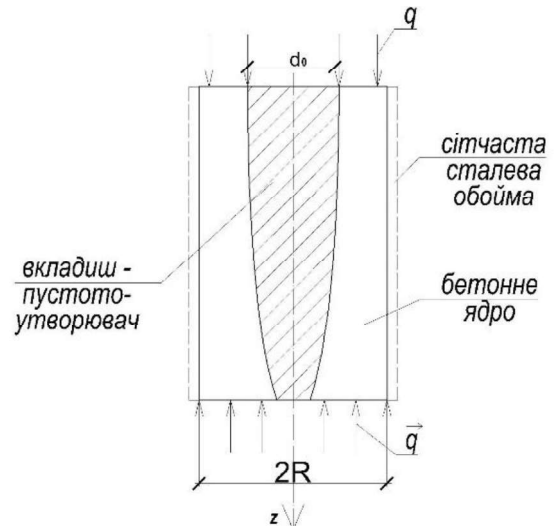


Рис. 2. Поздовжній переріз стійки
Fig. 2. The longitudinal cross section of the support

2 ЗАДАЧА МІЦНОСТІ

Позначимо через p поки невідомі контактні напруги, що виникають між обоймою і бетонним ядром. Тут вважається, що на всьому діапазоні навантаження (життєвого циклу) виконується умова спільності радіальних деформацій ядра і кільцевої обойми.

Тоді поперечні перерізи елемента, що розглядається (ядро + обойма), при позначеному центральному стиску будуть відчувати (рис. 3):

- ядро - вісесиметричне поперечне обтиснення;
- обойма - вісесиметричний радіальний розтяг.

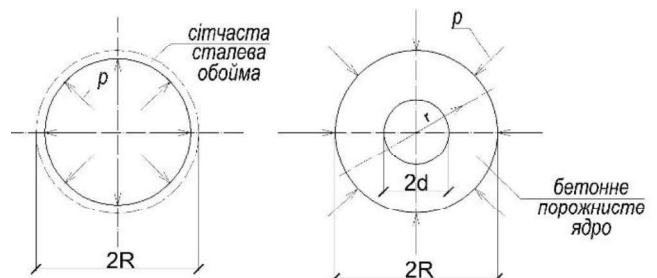


Рис. 3. Поперечний переріз ядра і обойми
Fig. 3. Cross section of the core and the cage

Введемо позначення:

R – зовнішній радіус бетонного ядра;

D – внутрішній радіус бетонного ядра;

r – поточний радіус (координата циліндричної системи);

E_c, G_c – модулі деформацій 1-го і 2-го роду бетонного ядра, $G_c = \frac{E_c}{2(1+\mu_c)}$;

μ_c – коефіцієнт Пуассона бетонного ядра.

2.1 БЕТОННЕ ЯДРО

Для визначення радіальних деформацій бетонного ядра скористаємося рішенням задачі Ляме [2].

Радіальне переміщення ядра від обтиснення:

$$u_r = \frac{1}{2G_c(R^2 - d^2)} \left[\frac{p \cdot d^2 R^2}{r} + \frac{(1 - \mu_c) p R^2}{1 + \mu_c} \cdot r \right] \quad (2)$$

У місці контакту обойми і ядра $r = R$.

Деформація бетону в поперечному напрямку:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{p R^2}{2G_c(R^2 - d^2)} \left[d^2 \left(-\frac{1}{r^2} \right) + \frac{1 - \mu_c}{1 + \mu_c} \right] \quad (3)$$

У місці контакту ядра і обойми $r = R$ та

$$\bar{\varepsilon}_r = \frac{(1 + \mu) p R^2}{(R^2 - d^2) E_c} \cdot \left(-\frac{d^2}{R^2} + \frac{1 - \mu_c}{1 + \mu_c} \right) \quad (4)$$

Розширення ядра від поздовжніх сил для випадку осьової симетрії:

$$\bar{\varepsilon}_r = \frac{1}{2G_c} \left(-\frac{\mu_c}{1 + \mu_c} q \right) = -\frac{(1 + \mu_c) \mu}{(1 + \mu_c) E_c} q \quad (5)$$

$$\bar{\varepsilon}_r = -\frac{\mu_c}{E_c} q \quad (6)$$

При одночасній дії q і p (суцільний циліндр) [3]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \bar{\varepsilon}_r + \bar{\varepsilon}_r = \frac{p}{E_c} - p \mu_c \frac{1}{E_c} - \frac{\mu_c q}{E_c} = \\ &= \frac{p}{E_c} - \frac{\mu_c}{E_c} (p + q) \end{aligned} \quad (7)$$

З урахуванням напрямку сил обтиснення

$$\varepsilon_r = -\frac{p}{E_c} + \frac{\mu_c}{E_c} (p + q) \quad (8)$$

У разі порожнього циліндра, після перетворень, з урахуванням результатів [4]:

$$\varepsilon_r = \frac{(1 + \mu_c) \cdot R^2}{(R^2 - d^2) E_c} \left[\left(\frac{d^2}{R^2} - \frac{1 - \mu_c}{1 + \mu_c} \right) p + \mu_c q \right] \quad (9)$$

Для перевірки при $d=0$, маємо:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{(1 + \mu_c)}{E_c} \left[-\frac{1 - \mu_c}{1 + \mu_c} p + \mu_c q \right] = \\ &= \frac{1}{E_c} [-p + \mu_c p + \mu_c q + \mu_c^2 q], \end{aligned} \quad (10)$$

А приймаючи справедливість того, що $\mu^2 \ll \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$ – мала величина), отримаємо $\varepsilon_r = -\frac{p}{E_c} + \frac{\mu_c}{E_c} (p + q)$, що дає повний збіг з [3].

2.2 СІТЧАСТА ОБОЙМА

Будемо вважати, що розміри чарунок обойми малі в порівнянні з її радіусом і висотою стійки. Тоді на підставі [5], сітчаста обойма наближено може бути замінена суцільною ортотропною оболонкою. Вводячи далі, в дусі цитованої роботи, триортогональну систему координат будемо мати:

$$N_\alpha = B_{11} \cdot \varepsilon_\alpha + B_{12} \cdot \varepsilon_\beta \quad (11)$$

$$N_\beta = B_{21} \cdot \varepsilon_\alpha + B_{22} \cdot \varepsilon_\beta \quad (12)$$

$$N_{\alpha\beta} = N_{\beta\alpha} = B_{33} \cdot \gamma_{\alpha\beta} \quad (13)$$

$$M_\alpha = D_{11} \cdot K_\alpha + D_{12} \cdot K_\beta \quad (14)$$

$$M_\beta = D_{21} \cdot K_\alpha + D_{22} \cdot K_\beta \quad (15)$$

$$M_{\alpha\beta} = M_{\beta\alpha} = D_{33} \cdot \gamma_{\alpha\beta} \quad (16)$$

$$Q_\alpha = C_{11} \cdot \Psi_\alpha \quad (17)$$

$$Q_\beta = C_{22} \cdot \Psi_\beta \quad (18)$$

де $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, \varepsilon_{\alpha\beta}$ – деформації серединної поверхні;

$K_{\alpha}, K_{\beta}, K_{\alpha\beta}$ - деформації вигину оболонки (кривизни);

$\Psi_{\alpha}, \Psi_{\beta}$ - деформації поперечного зсуву.

$$B_{11} = 2 \frac{B_h}{a_h} \cdot c^4 \quad (19)$$

$$B_{12} = B_{21} = B_{33} = 2 \frac{B_h}{a_h} \cdot s^2 \cdot c^2 \quad (20)$$

$$B_{22} = 2 \frac{B_h}{a_h} \cdot s^4 + \frac{B_c}{a_c} \quad (21)$$

$$D_{mn} = \frac{h^2}{12} \cdot B_{mn} \quad (22)$$

$(mn = 11, 12, 22, 33),$

$$C_{11} = 2 \frac{C_h}{a_h} \cdot c^2 \quad (23)$$

$$C_{22} = 2 \frac{C_h}{a_h} \cdot s^4 + \frac{C_c}{a_c} \quad (24)$$

$$B_h = \delta_h \cdot h \cdot E_h \quad (25)$$

$$B_c = \delta_c \cdot h \cdot E_c \quad (26)$$

$$C_h = \delta_h \cdot h \cdot G_h \quad (27)$$

$$C_c = \delta_c \cdot h \cdot G_c \quad (28)$$

У виразах жорсткості (23-28) для спіральних і кільцевих ребер при розтягуванні-стисненні і зсуві позначено (рис. 4):

$$s = \sin\varphi, c = \cos\varphi; \quad (29)$$

φ – кут нахилу спіральних ребер до твірної;

h – товщина сітчастої структури (висота ребер);

δ_h, δ_c - ширини спіральних і кільцевих ребер, відповідно;

a_h, a_c - відстані між спіральними і кільцевими ребрами;

E_s, G_s – модулі пружності і зсуву ребер (сталі);

n_h – число пар спіральних ребер;

D – діаметр оболонки.

$$a = \frac{\pi D}{n_h}; \quad a_h = a \cos\varphi;$$

$$a_c = \frac{a}{2} \operatorname{ctg}\varphi; \quad l_h = \frac{a}{2 \sin\varphi},$$

де a – відстань між точками перетину симетричних спіральних ребер по колу перерізу оболонки.

Основні атрибути обойми [6]:

$$\varepsilon_{\alpha}^e = -\frac{1}{B_e} B_{12}^e N_{\beta}; \quad (30)$$

$$\varepsilon_{\beta}^e = \frac{1}{B_e} B_{11} N_{\beta}; \quad \varepsilon_{\beta}^e = \frac{B_{11}}{B_e} p R;$$

$$B_e = B_{11}^e B_{22}^e - (B_{12}^e)^2 = B_{11}^e B_{22}^e - B_{12}^e \cdot B_{21}^e, \quad (31)$$

$$a \quad N_{\beta} = p R; N_{\alpha} = 0.0. \quad (32)$$

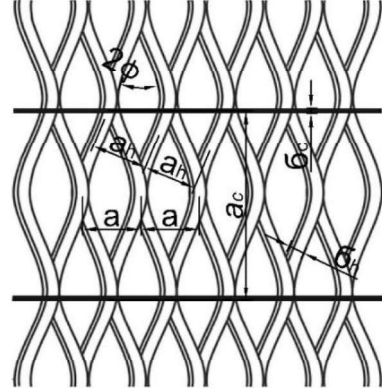


Рис. 4. Основні атрибути обойми
Fig. 4. The main attributes of the cage

Прирівнюючи радіальну деформацію бетонного ядра до кільцевої деформації сталеві обойми, отримаємо:

$$\frac{(1+\mu_c) \cdot R^2}{E_c \cdot (R^2 - d^2)} \left\{ \left[\frac{d^2}{R^2} - \frac{1-\mu_c}{1+\mu_c} \right] \cdot p + \mu_c \cdot q \right\} = \frac{B_{11}^s}{B_e^s} \cdot p \cdot R \quad (33)$$

Введемо позначення:

$$\gamma_1 = \frac{(1 + \mu_c) \cdot d^2}{E_c \cdot (R^2 - d^2)} \quad (34)$$

$$\gamma_2 = \frac{(1 - \mu_c) \cdot R^2}{E_c \cdot (R^2 - d^2)} \quad (35)$$

$$\gamma_3 = \frac{\mu_c (1 + \mu_c) \cdot R^2}{E_c \cdot (R^2 - d^2)} \quad (36)$$

$$\gamma_4 = \frac{B_{11}^s}{B_e^s} \cdot R \quad (37)$$

Тоді

$$(-\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_4) \cdot p = \gamma_3 \cdot q \quad (38)$$

Або

$$p = \frac{\gamma_3}{\gamma_2 + \gamma_4 - \gamma_1} \cdot q \quad (39)$$

Далі, розглядаючи залежність між контактними напруженнями p і поздовжніми (заданими) напруженнями q , записану для ізотропної оболонки, отримуємо [3]:

$$p = \frac{\mu_c}{\frac{R}{h_{red}} \cdot n + 1 - \mu_c} \cdot q \quad (40)$$

де $n = \frac{E_c}{E_s}$ – редуційний коефіцієнт;

h_{red} – приведена товщина сітчастої обойми.

Маючи в своєму розпорядженні сортамент просічних листів, можливо на основі (39) визначати контактні

напруження між обоймою і ядром, в залежності від основних атрибутів власне листа і кроку шпангоутів.

2.3 НАПРУЖЕНИЙ СТАН ЯДРА

Для оцінки напруженого стану ядра, визначимо головні напруження, враховуючи, що компоненти тензора напружень, в даному випадку, рівні [2,4]:

$$\sigma_r = \frac{-R^2}{R^2 - d^2} \cdot \left(\frac{d^2}{r^2} - 1 \right) \cdot p; \quad (41)$$

$$\sigma_\beta = \frac{-R^2}{R^2 - d^2} \cdot \left(\frac{d^2}{r^2} + 1 \right) \cdot p; \quad (42)$$

$$\sigma_z = -q; \quad (43)$$

$$\sigma_{rz} = \sigma_{\beta z} = \sigma_{r\beta} = 0; \quad (44)$$

Інваріанти тензора напружень, як наслідок, складуть:

$$I_1(T_\sigma) = \sigma_r + \sigma_\beta + \sigma_z = -\frac{2R^2}{R^2 - d^2} \cdot p - q; \quad (45)$$

$$\begin{aligned} I_2(T_\sigma) &= -\sigma_r \cdot \sigma_\beta - \sigma_r \cdot \sigma_z - \sigma_\beta \cdot \sigma_z = \\ &= \frac{-R^2 \cdot p}{R^2 - d^2} \left(\frac{d^2}{r^2} - 1 \right) \left[-\frac{R^2 \cdot p}{R^2 - d^2} \left(\frac{d^2}{r^2} + 1 \right) \right] + \frac{R^2 \cdot p \cdot q}{R^2 - d^2} \left(\frac{d^2}{r^2} - 1 \right) - \\ &\quad - \frac{R^2 \cdot p \cdot q}{R^2 - d^2} \left(\frac{d^2}{r^2} + 1 \right) = \frac{R^4 \cdot p^2}{(R^2 - d^2)^2} \left(\frac{d^4}{r^4} - 1 \right) - \frac{2R^2 \cdot p \cdot q}{(R^2 - d^2)} = \\ &= \frac{R^2 \cdot p}{(R^2 - d^2)} \left[\frac{p(d^4 - r^4)R^2}{(R^2 - d^2)r^4} - 2q \right] \end{aligned} \quad (46)$$

$$I_3(T_\sigma) = \sigma_r \cdot \sigma_\beta \cdot \sigma_z = \frac{R^4}{(R^2 - d^2)^2} \left(\frac{d^4}{r^4} - 1 \right) \cdot p^2 q \quad (47)$$

Вирішальне щодо головних напружень рівняння набуде вигляду:

$$\sigma^3 - I_1(T_\sigma) \cdot \sigma^2 - I_2(T_\sigma) \cdot \sigma - I_3(T_\sigma) = 0$$

або з урахуванням (45-47):

$$\sigma^3 + \left[\frac{2R^2}{R^2 - d^2} \cdot p + q \right] \cdot \sigma^2 - \frac{R^2 \cdot p}{R^2 - d^2} \left[\frac{(d^4 - r^4)R^2 p}{(R^2 - d^2)r^4} - 2q \right] \sigma - \frac{R^4}{(R^2 - d^2)^2} \left(\frac{d^4}{r^4} - 1 \right) \cdot p^2 q = 0 \quad (48)$$

В місці $r = d$, (48) перетвориться в:

$$\sigma^2 + \left[\frac{2R^2}{R^2 - d^2} \cdot p + q \right] \cdot \sigma + \frac{2R^2 \cdot p \cdot q}{R^2 - d^2} \quad (49)$$

Звідси

$$\sigma_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{2R^2}{R^2 - d^2} \cdot p + q \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{2R^2}{R^2 - d^2} \cdot p + q \right)^2 - \frac{2R^2 \cdot p \cdot q}{R^2 - d^2}} \quad (50)$$

В місці $r = R$, рівняння (48) буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} & \sigma^3 + \left[\frac{2R^2}{R^2 - d^2} \cdot p + q \right] \cdot \sigma^2 + \\ & + \frac{R^2 \cdot p}{R^2 - d^2} \left(\frac{R^2 + d^2}{R^2} p - 2q \right) \sigma + \\ & + \frac{R^2 + d^4}{R^2 - d^2} \cdot p^2 q = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

В результаті вирішення (48), (49), (51), отримаємо головні напруження:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3, \quad (52)$$

Знаючи головні напруження, можна визначити щільність потенційної енергії деформацій:

$$e = \frac{1}{2E_c} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu_c(\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_1 \cdot \sigma_3 + \sigma_2 \cdot \sigma_3)], \quad (53)$$

і наразі потенційну енергію (ПЕД)

$$U = \int_V e dV, \quad (54)$$

де U – потенційна енергія деформації;
 V – об'єм стійки.

Як видно з представленого алгоритму, головні напруження, щільність потенційної енергії деформації і ПЕД також залежать від параметрів сітчастої обойми.

2.4 КРИТЕРІЙ ТА ПРОЦЕДУРА РАЦІОНАЛІЗАЦІЇ

В якості критерію раціоналізації розглянутої конструкції приймається:

$$U \rightarrow \inf,$$

при обмеженні

$$e_i \leq e_{nc} \quad (55)$$

де e_{nc} – нормоване значення щільності енергії деформацій (ЩПЕД);

e_i – ЩПЕД в i -ій точці стійки.

При цьому, знак рівності (55) відповідає максимальному значенню ЩПЕД, що має місце в зоні контакту ядра і обойми. Для ядра без внутрішньої порожнини рівність повинна виконуватися в усіх точках стійки.

Будемо вважати, що нормована величина щільності енергії деформацій визначається виразом [7]:

$$e_n = \gamma \cdot e_u, \quad (56)$$

де e_u – граничне значення щільності енергії деформації (ЩПЕД);

γ – статистично обґрунтований коефіцієнт запасу, в першому наближенні допустимо прийняти $\gamma = 0,77$.

У свою чергу, ЩПЕД задається відповідно до критерію Г.В. Василькова - В.С. Шмуклера [7]:

$$e_u = 0,5\chi_\sigma^2 [(\chi_\sigma + 1)e_{cu} - (\chi_\sigma - 1)e_{tu}] + (1 - \chi_\sigma^2)e_{shu}, \quad (57)$$

де $\chi_\sigma = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$ – параметр Лоде-Надаї напруженого стану;

e_{cu}, e_{tu}, e_{shu} – частинні значення щільності енергії деформацій для стиснення, розтягу, зсуву.

Відзначимо, що для одноосного розтягу:

$$\sigma_1 \neq 0; \sigma_2 = 0; \sigma_3 = 0; \chi_\sigma = -1,0,$$

для одноосного стиску:

$$\sigma_1 = 0; \sigma_2 = 0; \sigma_3 \neq 0; \chi_\sigma = 1,0, a$$

для чистого зсуву:

$$\sigma_1 = -\sigma_3; \sigma_2 = 0; \chi_\sigma = 0,0.$$

Кожне частинне значення граничної щільності енергії деформацій визначається:

$$e_{iu} = \int_0^{\varepsilon_u} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon, \quad i = c, t, sh \quad (59)$$

де $\sigma_i(\varepsilon)$ – відома залежність між напруженнями і деформаціями, як правило, отримана експериментально для стиску (c), розтягу (t) і зсуву (sh);

ε_u - гранична деформативність.

Важливим моментом тут є той факт (і вираз (59) це відображає), що в загальному випадку, граничній деформації не відповідають максимальні напруження (фізична нелінійність).

А так як, зв'язок між напруженнями і деформаціями для бетону нелінійний, то для його опису приймається поліном п'ятого ступеня [7].

При цьому, діаграми деформування бетону при стиску, розтягу і зсуві приймаються на основі результатів відповідних експериментів і моделюються залежністю:

$$\sigma_L = \alpha_1 \cdot \varepsilon_L + \alpha_2 \cdot \varepsilon_L^2 + \alpha_3 \cdot \varepsilon_L^3 + \alpha_4 \cdot \varepsilon_L^4 + \alpha_5 \cdot \varepsilon_L^5 \quad (60)$$

де $L = c \vee t \vee sh$ – в залежності від виду напруженого стану, зокрема, c – стиск; t – розтяг; sh – зсув; σ_L – напруження; ε_L – деформація.

$\{\vec{\alpha}\} = \alpha(\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3; \alpha_4; \alpha_5)$ – вектор коефіцієнтів, які визначаються з умов (рис. 5):

$$\begin{aligned} \forall \varepsilon_L = 0 &\rightarrow \sigma_L = 0; \quad \frac{d\sigma_L}{d\varepsilon_L} = E; \\ \forall \varepsilon_L = \varepsilon_R &\rightarrow \sigma_L = R; \quad \frac{d\sigma_L}{d\varepsilon_L} = 0; \\ \forall \varepsilon_L = \varepsilon_R + \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_R}{n} &= \varepsilon_\beta \rightarrow \sigma_L = iR; \\ \forall \varepsilon_L = \varepsilon_u &\rightarrow \sigma_L = jR; \end{aligned} \quad (61)$$

а E – початковий модуль деформацій 1-го роду;

R – межа міцності;

ε_R – деформація, що відповідає межі міцності;

$i, j \in (0; 1)$

n – параметр, що призначається.

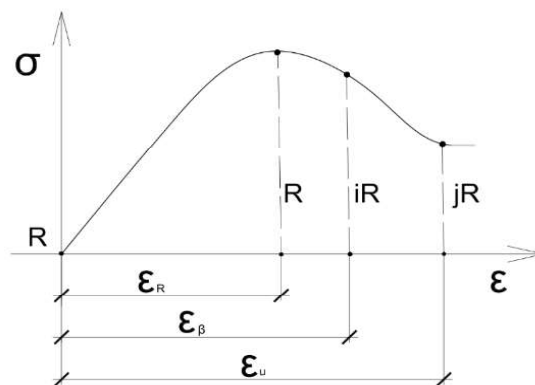


Рис. 5. Індикаторна діаграма матеріалу
Fig. 5. Indicator diagram of the material

При цьому, елементи вектора $\{\vec{\alpha}\}$ за допомогою виразів (61) можуть бути виражені через елементи вектора

$$d = d(E; R; \varepsilon_R; \varepsilon_u; i; j), \quad (62)$$

Особливістю тут є той факт, що дані параметри, в загальному випадку, є функціями температури, часу та інших фізичних величин, що підтверджено значною кількістю досліджень [8,9,10].

Таким чином, уявлення (60) може бути використано для безлічі віртуальних ситуацій.

Підстановка (60) в (61) приводить до системи чотирьох лінійних рівнянь

$$G \cdot \{\alpha\} = B, \quad (63)$$

де сенс матриці G і вектора B зрозумілий з (61).

Результат вирішення (63) може бути представлений у вигляді:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= E; \\ \alpha_m &= \frac{A_m}{A}, \quad m = 2, 3, 4, 5. \end{aligned} \quad (64)$$

$$A_m = (-1)^{m+1} \cdot F_m \cdot \left[\frac{R}{E \cdot \varepsilon_R} (D_m + \sum_k \psi_{mk}) + (C_m + \sum_k \eta_{mk}) \right]$$

$$A = \varepsilon_R^3 \cdot \varepsilon_u^7 (\varphi - 1)^3 \cdot [1 - \varphi(1 - n)]^2 (1 - n), \quad \varphi = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_u}$$

Функції, що входять до виразу для A_m , містяться в таблицях 1-4.

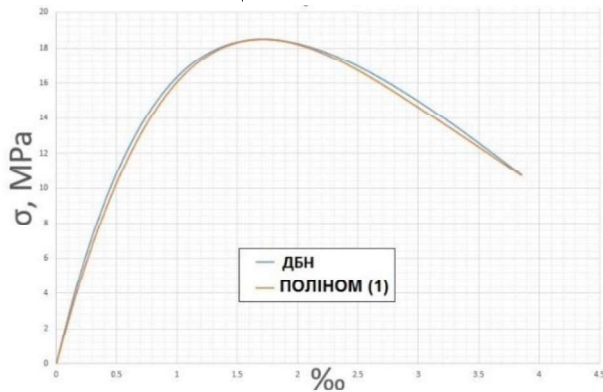


Рис. 6. Діаграми деформування бетонів (C20/25)

Fig. 6. Deformation diagrams for the concrete (C20/25)

Табл. 1. Визначник A_2

Table 1. Determinant A_2

Познач.	Функції		
F_2	$\Delta D_2 = (-1) \mathcal{E}_u^7 \left[R \left(D + \sum_{k=1}^7 \psi_{2k} \right) + E \mathcal{E}_u \left(C + \sum_{k=1}^7 \eta_{2k} \right) \right]$		
D_2	$D = 3 \cdot (1-n)$	C_2	0
ψ_{2m}	$\psi_{21} = -\varphi(8n^2 - 21n + 13)$ $\psi_{22} = -\varphi^2(6n^3 - 33n^2 + 48n - 21)$ $\psi_{23} = 15\varphi^3(n^3 - 3n^2 + 3n - 1)$ $\psi_{24} = \varphi^4(n^5(1-i) - 10n^3 + 20n^2 - 15n + j + 4)$ $\psi_{25} = 3\varphi^5(3n - j)$ $\psi_{26} = 3j\varphi^6(n^2 - 2n + 1)$ $\psi_{27} = j\varphi^7(n^3 - 3n^2 + 3n - 1)$	η_{2m}	$\eta_{21} = 2\varphi(n-1)$ $\eta_{22} = \varphi^2(5n^2 - 14n + 9)$ $\eta_{23} = 3\varphi^3(n^3 - 7n^2 + 11n - 5)$ $\eta_{24} = -2\varphi^4(4n^3 - 15n^2 + 16n - 5)$ $\eta_{25} = 2\varphi^5(3n^3 - 7n^2 + 4n)$ $\eta_{26} = -3\varphi^6(n^2 - 2n + 1)$ $\eta_{27} = -\varphi^7(n^3 - 3n^2 + 3n - 1)$

Табл. 2. Визначник A_3

Table 2. Determinant A_3

Познач.	Функції		
F_3	$\Delta D_3 = \mathcal{E}_u^7 \left[R \left(D + \sum_{k=1}^7 \psi_{3k} \right) + E \mathcal{E}_u \left(C + \sum_{k=1}^7 \eta_{3k} \right) \right]$		
D_3	$D = 2 \cdot (1-n)$	C_3	0
ψ_{3m}	$\psi_{31} = -2\varphi(4n^2 - 7n + 3)$ $\psi_{32} = -2\varphi^2(4n^3 - 14n^2 - 11n - 1)$ $\psi_{33} = 5\varphi^3(3n^3 - 4n^2 - n + 2)$ $\psi_{34} = 2\varphi^4(n^5(1-i) - 10n^2 + 15n + j - 6)$	η_{3m}	$\eta_{31} = \varphi(n-1)$ $\eta_{32} = \varphi^2(4n^2 - 7n + 3)$ $\eta_{33} = \varphi^3(3n^3 - 14n^2 + 11n)$ $\eta_{34} = -2\varphi^4(3n^3 - 5n^2 - 3n + 5)$

$\psi_{35} = \varphi^5 (n^5 (1-i) - 10n^3 + 20n^2 - 15n + 7jz - 6j + 4)$ $\psi_{36} = 2\varphi^6 j (4n^2 - 7n + 3)$ $\psi_{37} = -\varphi^7 j (3n^3 - 8n^2 + 7n - 2)$	$\eta_{35} = \varphi^5 (14n^2 - 29n + 15)$ $\eta_{36} = \varphi^6 (6n^3 - 22n^2 + 25n - 9)$ $\eta_{37} = -\varphi^7 (3n^3 - 8n^2 + 7n - 2)$
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Табл. 3. Визначник A_4

Table 3. Determinant A_4

Познач.	Функції		
F_4	$\Delta D_4 = (-1) \mathcal{E}_u^6 \left[R \left(D + \sum_{k=1}^6 \psi_{4k} \right) + E \mathcal{E}_u \left(C + \sum_{k=1}^6 \eta_{4k} \right) \right]$		
D_4	$D = 2 \cdot (1 - n^2)$	C_4	0
ψ_{4m}	$\psi_{41} = -\varphi (2n^3 - 2n^2 - 10n + 9)$ $\psi_{42} = 5\varphi^2 (4n^2 - 7n + 3)$ $\psi_{43} = \varphi^3 (n^5 - in^5 + 15n^3 - 45n^2 + 40n + j - 11)$ $\psi_{44} = \varphi^4 (2n^5 - 15n^3 + 25n^2 - 15n + 3 + 5jn - 3j - 2in^2)$ $\psi_{45} = \varphi^5 j (7n^2 - 10n + 3)$ $\psi_{46} = \varphi^6 j (3n^3 - 7n^2 + 5n - 1)$	η_{4m}	$\eta_{41} = \varphi (n^2 - 1)$ $\eta_{42} = \varphi^2 (n^3 - n^2 - 5n + 5)$ $\eta_{43} = -10\varphi^3 (n^2 - 2n + 1)$ $\eta_{44} = -2\varphi^4 (3n^3 - 13n^2 + 15n - 5)$ $\eta_{45} = \varphi^5 (8n^3 - 23n^2 + 20n - 5)$ $\eta_{46} = -\varphi^6 (3n^3 - 7n^2 + 5n - 1)$

Табл. 4. Визначник A_5

Table 4. Determinant A_5

Познач.	Функції		
F_5	$\Delta D_5 = \mathcal{E}_u^5 \left[R \left(D + \sum_{k=1}^5 \psi_{5k} \right) + E \mathcal{E}_R \left(C + \sum_{k=1}^5 \eta_{5k} \right) \right]$		
D_5	$D = 2n(1 - n)$	C_5	$C = -n(1 - n)$
ψ_{5m}	$\psi_{51} = -n\varphi (3n^2 - 10n + 7)$ $\psi_{52} = 8n\varphi^2 (1 - n)^2$ $\psi_{53} = n\varphi^3 (n^4 (1 - i) - 6n^2 + 8n + j - 3)$ $\psi_{54} = 2\varphi^4 j (n - 1)$ $\psi_{55} = n\varphi^5 j (1 - n)^2$	η_{5m}	$\eta_{51} = n\varphi (n^2 - 5n + 4)$ $\eta_{52} = -3n\varphi^2 (n^2 - 3n + 2)$ $\eta_{53} = n\varphi^3 (3n^2 - 7n + 4)$ $\eta_{54} = -n\varphi^4 (1 - n)^2$ $\eta_{55} = 0$

Похибка запропонованої апроксимації по відношенню до Eurocode 2 EN1992-2: 2005 становить 5% (рис. 6) [11].

Як критерій настання граничного стану в точці (скінченному елементі) приймається умова [7,12] (рис. 7).

$$e_u = 0.5\chi_\sigma^2 [(\chi_\sigma + 1)e_{cu} - (\chi_\sigma - 1)e_{tu}] + (1 - \chi_\sigma^2)e_{shu}, \quad (65)$$

де e_u – гранична щільність енергії деформацій (ЩПЕД),

$e_u = e_u(e_{cu}; e_{tu}; e_{shu})$, а кожна частинна ЩПЕД визначається заленістю:

$$e_L = \frac{9}{2} K \cdot \varepsilon_0^2 + \int_0^{\varepsilon_u} \sigma_L(\varepsilon_L) d\varepsilon_L,$$

При цьому, для деформації зсуву позаінтегральний член дорівнює нулю;

$$\chi_\sigma = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - \text{параметр Лоде-Надаї,}$$

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 - \text{головні напруження;}$$

K – об’ємний модуль деформацій;

$I_1(T_\sigma)$ – перший інваріант тензора напружень.

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{3} I_1(T_\sigma),$$

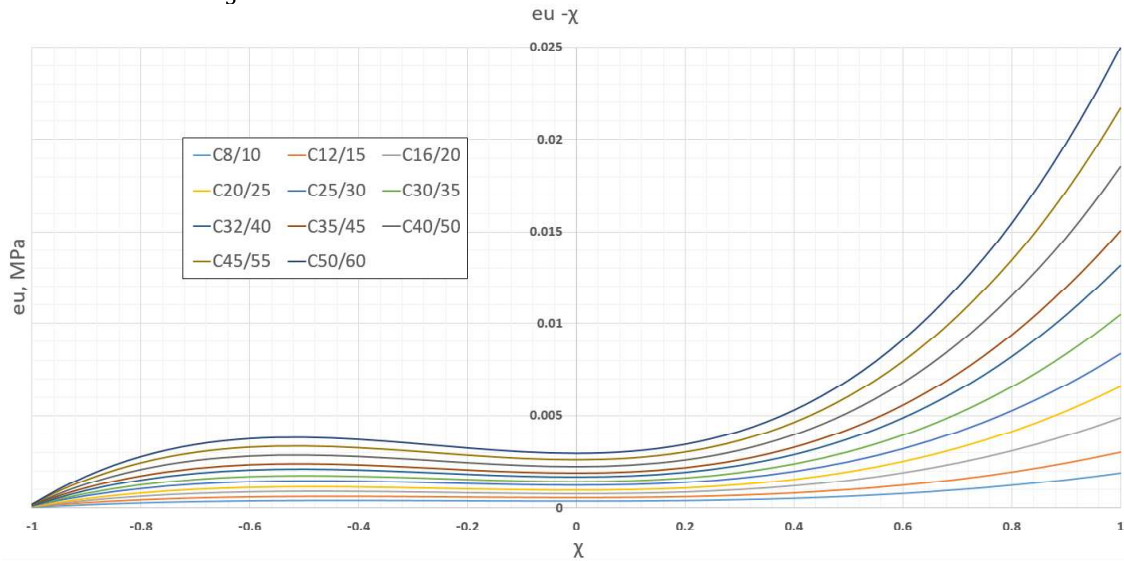


Рис. 7. Залежність e_u від коефіцієнта Лодє-Надаї для бетонів різних класів
Fig. 7. Dependence of the e_u on the Lode-Nadai coefficient for concrete of different classes

Слід зазначити, що в координатах головних напружень, залежність (65) являє собою гіперплощину (рис. 8).

Використання в (65) параметра Лодє-Надаї напруженого стану дозволяє позначити характер (тип) руйнування елемента (відрив, зріз). Зокрема, при $\chi_\sigma \in (0; -1)$ руйнування має відбуватися шляхом відриву (крихке руйнування), а при $\chi_\sigma \in (0; 1)$ шляхом зрізу (зсуву) - пластичне руйнування [13].

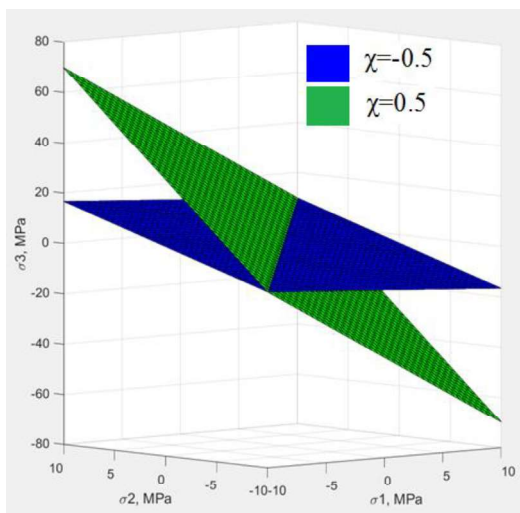


Рис.8. Гіперплощини головних напружень при значеннях коефіцієнтів Лодє-Надаї $\chi_\sigma = 0,5, \chi_\sigma = -0,5$

Fig. 8. Hyperplanes of the main stresses at the following values of the Lode-Nadai coefficients $\chi_\sigma = 0,5, \chi_\sigma = -0,5$

Як відомо, для проведення практичних розрахунків зручно користуватися поняттям еквівалентного напруження. Для чого, введемо умовний січний модуль деформацій, який визначається для згаданих вище видів руйнування [9]:

$$E_{red} = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}, \quad (66)$$

де σ_i, ε_i – інтенсивності напружень і деформацій, і

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2};$$

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2};$$

$\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_3$ – головні лінійні деформації.

Приймаючи справедливості третьої гіпотези теорії малих пружно-пластичних

деформацій, припустимо зробити ототожнення залежності (66) з індикаторними діаграмами, отриманими експериментально для чистого стиску і чистого розтягу. Нехай далі припустимо уявлення:

$$e_u = \frac{(1+f)^2}{m \cdot E_{red}} R^2 \quad (67)$$

Тоді, умову (67) можна представити як:

$$\sqrt{m \cdot E_{red} \cdot e_u} = (1+f) \cdot R, \quad (68)$$

де m – вибирається на підставі прийняття концепції про облік повного значення щільності енергії або щільності енергії формоутворення [9,10].

Радикал в лівій частині (68) являє собою еквівалентне напруження.

При обчисленні еквівалентного напруження слід прийняти:

$$\begin{aligned} &\forall \sigma_1 = \sigma_2 \neq 0 \wedge \sigma_1 < 0.0; \\ &\quad \sigma_2 < 0.0; \quad \sigma_3 < 0.0 \\ &f = f_{max} \wedge R = f_{cd} \\ &\forall \sigma_1 = \sigma_2 = 0.0 \wedge \sigma_3 < 0.0 \\ &\quad f = 0.0; \quad R = f_{cd} \\ &\forall \sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3 \wedge \sigma_1 < 0.0; \\ &\quad \sigma_2 < 0.0; \quad \sigma_3 < 0.0 \\ &\quad f = |\chi_\sigma| \cdot f_{max} \wedge R = f_{cd} \\ &\forall \sigma_1 > 0, \sigma_2 = \sigma_3 \wedge \sigma_2 > 0.0; \\ &\quad \sigma_3 > 0.0 \\ &f = -f_{min} \wedge R = f_{ct} \\ &\forall \sigma_1 > 0, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0.0 \\ &\quad f = 0.0; \quad R = f_{ct} \\ &\forall \sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3 \wedge \sigma_1 > 0.0; \\ &\quad \sigma_2 > 0.0; \quad \sigma_3 > 0.0 \\ &f = (|\chi_\sigma| - 1) \cdot f_{min} \wedge R = f_{ct} \end{aligned} \quad (69)$$

В логічних виразах (69) $f_{max} > 0$ і $f_{min} > 0$ призначаються на підставі експериментальних даних. Наприклад, $f_{max} = 0,2 \div 0,3$; $f_{min} = 0,3 \div 0,4$.

Маючи в своєму розпорядженні алгоритми, що встановлюють послідовність об'єднання відбракованих елементів, з'являється можливість побудови поверхні розчленування (руйнування) конструкції. Дана логіко-обчислювальна процедура реалізує можливість розгляду переходу від руйнування в локальній області до глобального віртуального колапсу.

На закінчення слід зазначити, що ізоенергетичність [14], як раціональна форма існування штучних елементів, забезпечує найбільш прийнятний розподіл матеріалу, а також його ефективну роботу в конструкції.

3 ЗАДАЧА СТАТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ

Прирівнюючи (39) і (40), визначимо приведену (умовну) товщину сітчастої обойми.

$$h_{red} = \frac{R \cdot n}{\left(\frac{\gamma_2 + \gamma_4}{\gamma_1 + \gamma_3} + 1\right) \mu_c - 1} \quad (70)$$

Далі, маючи величину h_{red} , і з огляду на прийняту гіпотезу про спільність деформацій ядра та обойми, визначимо центральні геометричні характеристики приведенного перерізу (рис. 9):

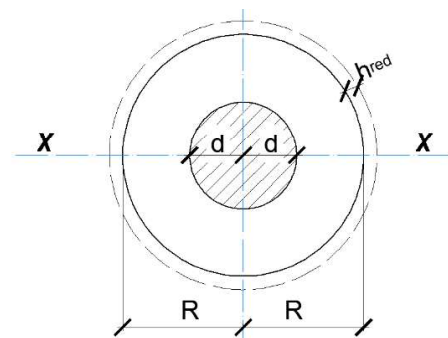


Рис. 9. Приведений переріз стійки
Fig. 9. The reduced cross section of the support

До них відносяться:

- площа перерізу бетонного ядра
 $A_c = \pi R^2 - \pi d^2 = \pi (R^2 - d^2);$
- площа перерізу обойми
 $A_s = \pi (R + h_{red})^2 - \pi R^2$

- приведена до бетону площа перерізу обойми:

$$A_c^a = \frac{E_s}{E_c} \cdot A_s = \frac{1}{n} \cdot A_s$$

- сумарна площа перерізу

$$A_\Sigma = A_c + A_c^a = \pi (R^2 - d^2) + \frac{1}{n} \cdot A_s$$

або

$$A_\Sigma = \pi (R^2 - d^2) + \frac{\pi}{n} h_{red} (2R + h_{red})$$

З іншого боку

$$\overline{A}_\Sigma = \pi R_{\text{сп}}^2 - \pi d^2.$$

Прирівнюючи $A_\Sigma = \overline{A}_\Sigma$, маємо:

$$R_{\text{сп}}^2 = \frac{1}{\pi} A_\Sigma + d^2, \quad (71)$$

де $R_{\text{сп}}$ - радіус умовного бетонного перерізу.

Момент інерції умовного перерізу:

$$I_x^n = \frac{\pi R_{\text{сп}}^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi}{64} (R_{\text{сп}}^4 - d^4) \quad (72)$$

При цьому, момент інерції вихідного перерізу

$$I_x = \frac{\pi R^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi}{64} (R^4 - d^4) \quad (73)$$

Збільшення моменту інерції за рахунок обойми складе:

$$m = \frac{I_x^n}{I_x} \geq 1.0 \quad (74)$$

$$m = \frac{R_{\text{сп}}^4 - d^4}{R^4 - d^4} = \frac{1 - \overline{r}_{\text{сп}}^4}{1 - r^4} \quad (75)$$

$$\text{де } \overline{r}_{\text{сп}} = \frac{d}{R_{\text{сп}}}, \overline{r} = \frac{d}{R}$$

Відповідно критична сила втрати статичної стійкості дорівнює:

$$P_{\text{crc}} = \frac{\pi^2 E_0 I_x^n}{(\gamma L)^2} \quad (76)$$

де γ – коефіцієнт приведення довжини.

Вираз (76), в рамках формованого підходу, використовується для перевірки умови:

$$F \leq P_{\text{crc}} \quad (77)$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Шмуклер В.С. Рациональні конструкції сталобетонних мостових опор. / В.С. Шмуклер, О.О. Петрова, О.В. Синьковська // Науковий вісник будівництва. - X.: ХНУБА, ХОТВАБУ, 2013. - вип. 74. - стор. 148-156.

2. Рекач В.Г. Керівництво до вирішення задач з теорії пружності. - М.: Вища школа, 1966. - 224 с.

3. Жемочкін Б.Н. Теорія пружності. - М.: Державне видавництво літератури з будівництва та архітектури, 1957. - 256 с.

4. Тимошенко С.П. Опір матеріалів. - М.: Наука, 1965. - Том I - 364с.

5. Азаров А.В. Континуальна модель композитних сітчастих оболонок, утворених системою спіральних ребер. // Композити і наноструктури. - М.: 2015. - Том 7.- №3. - стор. 151 - 161.

6. Єгоров А.В. Чисельно-аналітичний метод розрахунку металокомпозитного циліндричного балона тиску. / А.В. Єгоров, А.В. Азаров // Електронний журнал праці «МАІ». - 2014. - вип. 73. - стор. 1-16.

7. Шмуклер В.С. Нові енергетичні принципи раціоналізації конструкцій. // Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту. - X.: 2017 - вип. 167 - стор. 54-70.

8. Шмуклер В.С. Чисельні та експериментальні методи раціонального проектування і зведення конструктивних систем /В.М. Бабасєв, С.О. Бугаєвський, С.М. Євель, І.Д. Євзеров, А.І. Лантух-Лященко, В.В. Шеветовський, А.В. Шимановський, В.С. Шмуклер // Київ: Вид. «Сталь», 2017. - 404с.

9. Філін А.П. Прикладна механіка твердого деформованого тіла. Т.1 - М.: Вид. «Наука», 1975. - 832с.

10. Малінін М.М. Прикладна теорія пластичності та повзучості. - М.: Машинобудування, 1968. - 400с.

11. EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. – 227р.

12. Васильков Г.В. Еволюційна теорія життєвого циклу механічних систем. Теорія споруд. - М.: Вид. ЛКИ, 2008. - 320с.

13. Гольденблат І.І. Критерії міцності і пластичності конструкційних матеріалів / І.І.

Гольденблат, В.А. Копнов // М., Машинобудування, 1968. - 192 с.

14. **Shmukler V.S.**, Evolutionist approach in rationalization of building structures. / *ISEC-03 Third International structural Engineering and construction conference, Shunan, Japan, 2005.*

REFERENCES

1. **Shmukler, V.S.** Ratsionalnie konstrukcii stalebetonnyh mostovyh opor [Rational structures of steel-concrete bridge supports] / **V.S. Shmukler, O.O. Petrova, O.V. Sinkovska** // *Naukoviy Visnyk Budivnytstva [Scientific Bulletin of Construction]*. - Kh.: KhNUBA, KhOTV ABU, 2013. - Issue. 74. - pp. 148-156.

2. **Rekach, V.G.** Kerivnytsstvo do vyrishennia zadach z teorii pruzhnosti [Guidelines for solving the problems of the theory of elasticity]. - *Moscow: Higher School, 1966.* - 224 p.

3. **Zhemochkin, B.N.** Teoria pruzhnosti [The theory of elasticity]. - *M.: State Publishing House of Literature on Construction and Architecture, 1957.* - 256 p.

4. **Tymoshenko, S.P.** Opir materialiv [Strength of Materials]. - *Moscow: Nauka, 1965.* - Volume I – 364p.

5. **Azarov, A.V.** Kontynual'na model kompozytnykh sitchastyh obolonok, utvorenyh systemoju spiral'nyh reber [Continuous model of composite mesh shells formed by a system of spiral ribs]. // *Composites and nanostructures.* - *M.: 2015.* - Volume 7.- №3. - pp. 151 - 161.

6. **Egorov, A.V.** Chysel'no-analitychnij metod rozrakhunku metalokompozytnogo cylindrychnogo ballona tysku [Numerical-analytical method for calculating a metal-positive cylindrical pressure cylinder]. / **A.V. Egorov, A.V. Azarov** // *Electronic Magazine of Labor "MAI".* - 2014 - Issue 73. - pp. 1-16.

7. **Shmukler, V.S.** Novi energetychni pryncypy racionalizatsii konstrukcij [New Energy Principles for Rationalization of Structures]. // *Collection of scientific works of the Ukrainian State University of Railway Transport.* - *X.: 2017 - Issue 167* - pp. 54-70.

8. **Shmukler, V.S.** Chysel'ni ta eksperimental'ni metody ratsional'nogo proektuvannja i zvedennja konstruktyvnyh system [Numerical and experimental methods of rational design and erection of constructive systems]. / **V.N. Babaev, S.A. Bugaevsky, S.M. Evel, I.D. Evzerov,**

A.I. Lantukh-Lyashchenko, V.V. Shevetovsky, A.V. Shimanovsky, V.S. Shmukler // *Kiev: "Stal", 2017.* – 404p.

9. **Filin, A.P.** Prykladna mekhanika rverdogo deformovanogo tila [Applied mechanics of a rigid deformed body]. *T.I - Moscow: "Nauka", 1975.* - 832p.

10. **Malinin, N.N.** Prykladna teorija plastychnosti ta povzuchosti [Applied theory of plasticity and creep]. - *Moscow: Mashinostroenie, 1968.* – 400p.

11. **EN 1992-1-1:2004.** Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. – 227p.

12. **Vasilkov, G.V.** Evolutsijna teorija zhyttevogo cyklu mekhanichnyh system. Teorija sporud [Evolutionary theory of the life cycle of mechanical systems. Theory of constructions]. - *Moscow: LKI, 2008.* -320p.

13. **Goldenblat, I.I.** Kryterii mitsnosti ta povzuchosti konstruktsijnyh materialiv [Criteria of Strength and Plasticity of Structural Materials] / **I.I. Goldenblat, V.A. Kopnov** // *M., Mashinostroenie, 1968.* - 192 p.

14. **Shmukler, V.S.** 2005. “Evolutionist approach in rationalization of building structures“. *ISEC-03 Third International structural Engineering and construction conference, Shunan, Japan.*

Rationalization of the parameters of the cylindrical bridge support (theoretical basis)

Valeriy Shmukler, Olena Petrova, Hammoud Mohammad

Summary. The formulation and solution of the problem of durability and stability of a concrete support, which has an outer mesh cage reinforced with reinforcing ribs (frames) and an inner cavity is considered in paper. The contact stresses between the concrete core and the metal cage are determined, which, in turn, actually depend on the attributes of the mesh cage and the step of the reinforced ribs. The rationalization criterion based on minimizing the potential deformation energy is introduced. For the indicated task, the variables are the thickness of the mesh cage, the size of its cell, the step of the frames.

Moreover, within the framework of the stated task it is also proposed the development of the approach in the formation of the criterion of the limit state of the material which variously resists to compression, stretching and shear (such as concrete). The approach is based on the presentation of the material diagrams (directly taken from experimental studies) in the form of a

polynomial of the fifth degree. The coefficients of this polynomial are expressed through the generally accepted parameters of the stress-strain state, which, in turn, can depend on time, temperature, etc. The limiting value of the strain energy density is assumed as a criterion for the limit state. In this case, the aforementioned strain energy density depends on its particular values, calculated separately for strain of compression, stretching and shear. In addition, the criterion considers the nature of the stress-strain state by introducing the Lode-Nadai parameters into it. As

a consequence, there were constructed limiting surfaces in coordinates which represent the principal stresses for the indicated classes of concrete. Moreover, recommendations for determining of the normalized values of the strain energy density are given and a logic-calculational algorithm for considering the transition from the limit state in the local area to the general collapse of the structure is proposed.

Key words. Material deformation diagram, the density of the potential energy of deformations, the criterion of the limit state, Lode-Nadai parameter.