

Рис. 3. Графік розвитку зони пластичних деформацій

Fig. 3. The graph of the development of the zone of plastic deformations

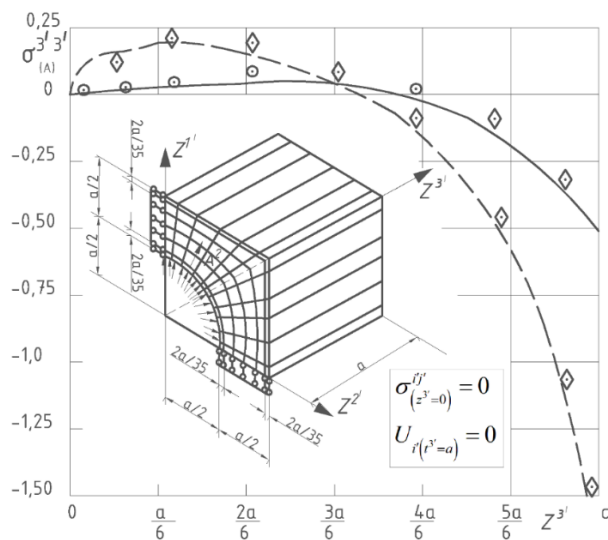


Рис. 4. Розрахункова схема конструкції

Fig. 4. Calculation diagram of the structure

Там же наведені графіки, що ілюструють зміну розподіленого напруження $\sigma^{3'3'}$ по довжині балки в найближчій до поверхні точці інтегрування при збільшенні зовнішнього навантаження. Виникнення пластичних деформацій в балці відбувається при значенні нормальних навантажень

$\sigma = 9,5$ МПа, що відповідає граничній інтенсивності зовнішнього навантаження $q_0 = 0,875$ МПа.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ В КОНСОЛЬНОМУ ПРИЗМАТИЧНОМУ БРУСІ СКЛАДНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Аналіз можливостей методики при вирішенні фізично нелінійних задач для масивних

об'єктів з довільними кінематичними умовами проведено на прикладі призматичного бруса з круглими отворами під дією внутрішнього тиску. Розрахункова схема конструкції наведена на рис. 3. Інтенсивність внутрішнього тиску змінювалася в межах $q = 0,667\tau_s - 1,524\tau_s$, де τ_s - межа текучості матеріалу при чистому зсуві. Кінематичні граничні умови задачі формуються наступним чином: торець $z^3 = 0$ - вільний, торець $z^3 = \alpha$ - жорстко закріплений. Матеріал ідеально пластичний.

Розв'язання задачі отримано по розробленій методиці на основі НМСЕ і за допомогою скінчено елементної дискретизації у трьох напрямках [9]. При цьому число членів розкладання відповідало кількості СЕ вздовж осі z^3 .

Результати приведені у вигляді епюр відносних напружень $\bar{\sigma}_{(A)}^{3'3'} = \frac{\sigma^{3'3'}}{\tau_s}$ (рис. 2) і $\bar{\sigma}_{(A)}^{2'2'} = \frac{\sigma^{2'2'}}{\tau_s}$ (рис. 5), побудованих вздовж лінії, що проходить через точку А паралельно осі z^3 .

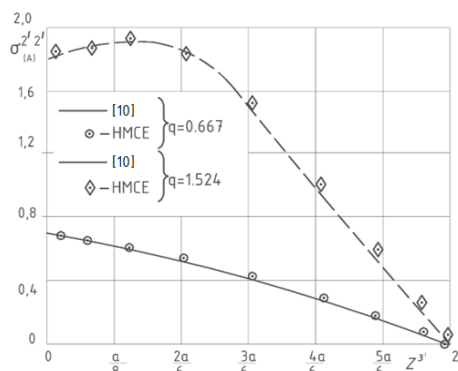


Рис. 5. Результати епюр відносних напружень
Fig. 5. Results of relative stress plots

Суцільними лініями зображені криві, що відображають скінчено елементні розв'язання при інтенсивності зовнішнього навантаження $q = 0,667\tau_s$ штрихові – теж саме при $q = 1,524\tau_s$. Ромбиками позначені напруження обчисленні НМСЕ при $q = 0,667\tau_s$, кружечками - $q = 1,524\tau_s$.

Спостерігається повна збіжність результатів, отриманих різними методами.

ВИСНОВКИ

Таким чином, розроблена методика дозволяє з високою точністю визначати напружений стан тонкостінних конструкцій в пружно-пластичній області деформації.

Виконані розв'язання контрольних задач показали, що розроблена методика і той що реалізує її програмний комплекс забезпечують отримання достатніх результатів при розрахунку в пружній та пружно-пластичній по-становках масивних і тонкостінних призматичних тілах з довільними граничними умовами на торцях.

1. **Баженов В.А., Вабіщевіч М.О., Пискунов С.О., Солодей І.І.** Чисельні дослідження нелінійного деформування просторових тіл з урахуванням розвитку тріщин при статичних та динамічних навантаженнях – *К.: Каравела, 2020.* – 200 с.
2. **Баженов В.А., Гуляр О.І., Сахаров О.С., Солодей І.І.** Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах динаміки просторових тіл. – *Київ, 2012.* – 247 с.
3. **Баженов В.А., Максим'юк Ю.В., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В.** Напіваналітичний метод скінчених елементів у просторових задачах деформування, руйнування та формозмінення тіл складної форми – *К.: Каравела, 2021.* – 280 с.
4. **Баженов В.А., Максим'юк Ю.В., Солодей І.І., Стригун Р.Л.** Чисельне моделювання процесів нелінійного деформування тіл з урахуванням великих пластичних деформацій. – *Київ: Каравела, 2019.* – 240 с.
5. **Баженов В.А., Пискунов С.О., Максим'юк Ю.В.** Метод скінчених елементів у задачах деформування та руйнування тіл обертання при термосиловому навантаженні. – *К.: Каравела, 2018.* – 316 с.
6. **Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.** Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування

- просторових тіл: Монографія – К. : КНУБА, 2005. – 298 с.
7. **Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.** Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах континуального руйнування просторових тіл: Монографія – К. : «Каравела», 2014. – 236 с.
 8. **Баженів В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.** Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури – К. : ЗАТ «Віпол», 2010. – 315 с.
 9. **Блох В. І.** Теорія пружності - Х.: Вид. Харків. Держ. Університету, 1964. - 484 с.
 10. **Братко О.В.** Застосування МСЕ до розв'язання просторових завдань термо-пластичності. - *Опір матеріалів та теорія споруд*, 1984, вип.44, с.33-36.
 11. **Гуляр О.І., Пискунов С.О., Максим'юк Ю.В., Сизевич Б.І.** Розрахункові співвідношення МССЕ геометрично нелінійної задачі темов'язкопружнопластичного деформування вісесиметричних тіл з урахуванням пошкодженості матеріалу // *Опір матеріалів і теорія споруд*. – 2007. – Вип. 79. – С. 18–42.
 12. **Максим'юк Ю., Гончаренко М., Мартинюк І, Максим'юк О.** Алгоритм розв'язання системи лінійних та нелінійних рівнянь напіваналітичним методом скінчених елементів для криволінійних неоднорідних призматичних тіл - *Будівельні конс-трукції теорія і практика*. – 2020. – Вип. 7. – С. 101–108.
 13. **Максим'юк Ю., Козак А., Максим'юк О.** Розв'язувальні співвідношення моментної схеми скінчених елементів в задачах термов'язкопружнопластичного деформування - *Будівельні конструкції теорія і практика* – 2019. – Вип. 4. – С. 10–20.
 14. **Максим'юк Ю.В., Солодей І.І., Стригун Р.Л.** Вихідні співвідношення нелінійного динамічного формозмінення вісесиметричних та плоскодеформівних тіл - *Опір матеріалів і теорія споруд* – 2019. – Вип. 102. – С. 252–262.
 15. **Максим'юк Ю.В.** Постановка задачі про вплив геометричної нелінійності на несучу здатність і критичну поведінку тонкостінних та комбінованих вісесиметричних тіл - *Опір матеріалів і теорія споруд* – 2016. – Вип. 97. – С. 186–193
 16. **Маркол (P.V. Marcal).** Сравнительное исследование численных методов упруго-пластического расчета. – *Ракетная техника и космонавтика*, 1968, № 1, с.188-189.
 17. **Можаровський М. С.** Додаток методів теорії пластичності та повзучості до вирішення інженерних завдань машинобудування: У 2 ч. - К.: Вища шк., 1991 - Ч. I. *Теорія пластичності та повзучості в інженерній справі: [підручник]*. - 1991. - 264 с.
 18. **Можаровський М. С.** Додаток методів теорії пластичності та повзучості до вирішення інженерних завдань машинобудування: У 2 ч. - К.: Вища шк., 1991 - Ч. II. *Методи та алгоритми вирішення крайових завдань: [навчальний посібник]* / М. С. Можаровський, М.С. Качалівська. - 1991. - 287 с.
 19. **Пискунов С. О.** Дослідження деформацій повзучості з урахуванням пластичних властивостей матеріалу - *Опір матеріалів і теорія споруд*. - 2002. – Вип. 71. – С. 73-79.
 20. **Сахаров А.С.** та ін. Метод скінчених елементів у механіці твердих тіл. - К.: Вища школа, Голов. Вид-во; Лейпциг: ФЕБ. Фахбухдерлог, 1982. - 479 с.
 21. **Соколовский В.В.** Теория пластичности. – М.: Высшая школа, 1969. – 390 с.
 22. **Bazhenov V.A., Sakharov A.S., Maksimyuk Y.V., Shkryl' A.A.** A modified method for evaluating the invariant J-integral in finite-element models of prismatic bodies - *International Applied Mechanics*. – 2016. – 52(2). pp. 140-146. DOI: [10.32347/2522-4182.7.2020.101-108](https://doi.org/10.32347/2522-4182.7.2020.101-108).
 23. **Mondkar D.P., Powell G.H.** Finite element analysis of non-linear static and dynamic. Response. – *Int. T. Num. Meth. Sn Eng.*, v.11, 1977, № 3, p.499-520.
 24. **Максим'юк Ю., Козак О, Мартинюк І, Бучко В.** (2022) Системи координатних функцій під час розкладання переміщень по поліномах // *Будівельні конструкції. Теорія і практика*, (10), 150–157. <https://doi.org/10.32347/2522-4182.10.2022.150-157>
 25. **Мартинюк, І** (2022). Реалізація програмного забезпечення розрахунку міцності на основі напіваналітичного методу скінчених елементів. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*, (11), 61–68. <https://doi.org/10.32347/2522-4182.11.2022.61-68>

26. Максим'юк, Ю. ., Шкриль, О. ., Мартинюк, І. ., & Бучко, В. . (2021). Вузлові реакції та коефіцієнти матриці жорсткості скінченого елемента на основі представлення переміщень поліномами. //Будівельні конструкції. Теорія і практика, (9), 54–62.
<https://doi.org/10.32347/2522-4182.9.2021.54-62>

REFERENCES

1. **Bazhenov V.A., Vabishchevych M.O., Pyskunov S.O., Solodei I.I.** Chyselni doslidzhennia neliniinoho deformuvannia prostoro vykh til z urakhuvanniam rozvytku trishchyn pry statychnykh ta dynamichnykh navantazhenniakh – K.: Karavela, 2020. – 200 c.
2. **Bazhenov V.A., Huliar O.I., Sakharov O.S., Solodei I.I.** Napivanalitichnyi metod skinchennykh elementiv v zadachakh dynamiky prostoro vykh til. – Kyiv, 2012. – 247 s.
3. **Bazhenov V.A., Maksymiuk Yu.V Martyniuk I.I., Maksymiuk O.V.** Napivanalitichnyi metod skinchennykh elementiv u prostoro vykh zadachakh deformuvannia, ruinuвання ta formozminennia til skladnoi formy – K.: Karavela, 2021. - 280 s.
4. **Bazhenov V.A., Maksymiuk Yu.V., Solodei I.I., Stryhun R.L.** Chyselne modeliuвання protsesiv neliniinoho deformuvannia til z urakhuvanniam velykykh plastychnykh defor-matsii. – Kyiv: Karavela, 2019. – 240 s.
5. **Bazhenov V.A., Pyskunov S.O., Maksymiuk Yu.V.** Metod skinchennykh elementiv u zadachakh deformuvannia ta ruinuвання til obertannia pry termosylovomu navantazhenni. – K.: Karavela, 2018. – 316 s.
6. **Bazhenov V. A., Huliar O.I., Pyskunov S.O. , Sakharov O.S.** Napivanalitichnyi metod skinchennykh elementiv v zadachakh ruinuвання prostoro vykh til: Monohrafiia – K. : KNUBA, 2005. – 298 s.
7. **Huliar O.I., Pyskunov S.O., Sakharov O.S.** Napivanalitichnyi metod skinchennykh elementiv v zadachakh kontynualnogo ruinuвання prostoro vykh til: Monohrafiia – K. : «Karavela», 2014. – 236 s.
8. **Bazhenov V.A., Kryvenko O.P., Solovei M.O.** Neliniine deformuvannia ta stiikist pruzhnykh obolonok neodnorodnoi struktury – K. : ZAT «Vipol», 2010. – 315 s.
9. **Blokh V. I.** Teoriia pruzhnosti - Kh.: Vyd. Kharkiv. Derzh. Universytetu, 1964. - 484 s.
10. **Bratko O.V.** Zastosuvannia MSE do rozv'iazannia prostoro vykh zavdan termoplastychnosti. - *Opir materialiv ta teoriia sporud*, 1984, vyp.44, s.33-36.
11. **Huliar O.I., Pyskunov S.O., Maksymiuk Yu.V., Syzevych B.I.** Rozrakhunkovi spivvidnoshennia MSSE heometrychno neliniinoi zadachi temoviazkopruzhnoplastychnoho defor-muvannia visesymetrychnykh til z urakhuvan-niam poshkodzhivosti materialu. - *Opir materialiv i teoriia sporud*. – 2007. – Vyp. 79. – S. 18–42.
12. **Maksymiuk Yu., Honcharenko M., Martyniuk I, Maksymiuk O.** Alhorytm rozv'iazannia systemy liniinykh ta neliniinykh rivnian napivanalitichnym metodom skinchennykh elementiv dlia kryvoliniinykh neodnorodnykh pryzmatychnykh til - *Budivelni kons-truktsii teoriia i praktyka*. – 2020. – Vyp. 7. – S. 101–108.
13. **Maksymiuk Yu., Kozak A., Maksymiuk O.** Rozv'iazuvalni spivvidnoshennia momentnoi skhemy skinchennykh elementiv v zadachakh termoviazkopruzhnoplastychnoho deformuvannia - *Budivelni konstruktsii teoriia i praktyka* – 2019. – Vyp. 4. – S. 10–20.
14. **Maksymiuk Yu.V., Solodei I.I., Stryhun R.L.** Vykhidni spivvidnoshennia neliniinoho dynamichnogo formozminennia visesymetrychnykh ta ploskodeformivnykh til - *Opir materialiv i teoriia sporud* – 2019. – Vyp. 102. – S. 252–262.
15. **Maksymiuk Yu.V.** Postanovka zadachi pro vplyv heometrychnoi neliniinosti na nesuchu zdatnist i zakrytychnu povedinku tonkostinnykh ta kombinovanykh visesymetrychnykh til - *Opir materialiv i teoriia sporud* – 2016. – Vyp. 97. – S. 186–193.
16. **Markol (P.V. Marcal).** Sravnytelnoe yssledovanye chyslennykh metodov upruhoplastycheskoho rascheta. – *Raketaia tekhnika y kosmonavtyka*, 1968, № 1, s.188-189.
17. **Mozharovskyi M. S.** Dodatok metodiv teorii plastychnosti ta povzuchosti do vyrishennia inzhenernykh zavdan mashynobuduвання: U 2 ch. - K.: Vyshcha shk., 1991 -. Ch. I. Teoriia plastychnosti ta povzuchosti v inzhenernii spravi: [pidruchnyk]. - 1991. - 264 s.

<https://doi.org/10.32347/2522-4182.9.2021.54-62>

SOLUTION OF PHYSICALLY NONLINEAR PROBLEMS OF DEFORMATION OF MASSIVE AND THIN-WALLED PRISMATIC BODIES

Ivan MARTYNIUK

18. **Mozharovskyi M. S.** Dodatok metodiv teorii plastychnosti ta povzuchosti do vyrishennia inzhenernykh zavdan mashynobuduvannia: U 2 ch. - K.: Vyshcha shk., 1991 - Ch. II. Metody ta alhorytmy vyrishennia kraiovykh zavdan: [navchalnyi posibnyk]/M. S. Mozharovskyi, M.Ie. Kachalivska. - 1991. - 287 s.
19. **Pyskunov S. O.** Doslidzhennia deformatsii povzuchosti z urakhuvanniam plastychnykh vlastyvopei materialu - *Opir materialiv i teoriia sporud.* 2002. – Vyp. 71. – S. 73-79.
20. **Sakharov A.S. ta in.** Metod skinchenykh elementiv u mekhanitsi tverdykh til. - K.: Vyshcha shkola, Holov. Vyd-vo; Leiptsyh: FEB. Fakhbukhderloh, 1982. - 479 s.
21. **Sokolovskyi V.V.** Teoriya plastychnosti. – M.: Vysshaia shkola, 1969. – 390 s.
22. **Bazhenov V.A., Sakharov A.S., Maksimyuk Y.V., Shkryl A.A.** A modified method for evaluating the invariant J-integral in finite-element models of prismatic bodies - *International Applied Mechanics.* – 2016. – 52(2). pp. 140-146. DOI: 10.32347/2522-4182.7.2020.101-108.
23. **Mondkar D.P., Powell G.H.** Finite element analysis of non-linear static and dynamic. Response. – *Int. T. Num. Meth. Sn Eng., v.11, 1977, № 3, p.499-520.*
24. **Maksymiuk Yu., Kozak O, Martyniuk I, Buchko V.** (2022) Systemy koordynatnykh funktsii pid chas rozkladannia peremishchen po polinomakh // *Budivelni konstruksii. Teoriia i praktyka, (10), 150–157.*
<https://doi.org/10.32347/2522-4182.10.2022.150-157>
25. **Martyniuk, I** (2022). Realizatsiia prohram-noho zabezpechennia rozrakhunku mitsnosti na osnovi napivanalitichnoho metodu skinchenykh elementiv. *Budivelni konstruksii. Teoriia i praktyka, (11), 61–68.*
<https://doi.org/10.32347/2522-4182.11.2022.61-68>
26. **Maksymiuk, Yu. ., Shkryl, O. ., Martyniuk, I. & Buchko, V.** (2021). Vuzlovi reaktsii ta koefitsiienty matrytsi zhorstkosti skinchenoho elementa na osnovi predstav-lennia peremishchen polinomamy. // *Budivelni konstruksii. Teoriia i praktyka, (9), 54–62.*

Abstract. The results of a numerical study on test examples of the convergence of the developed version of the semi-analytical method of finite elements are presented. A comparison of machine time and accuracy of solving elastic and plastic problems obtained on the basis of finite elements with variable and averaged mechanical parameters was performed. The convergence of the finite element method and the semi-analytical finite element method in the calculation of prismatic bodies loaded with localized and distributed external influences was studied. An effective numerical approach to the study of arbitrarily loaded massive and thin-walled prismatic bodies of complex shape, the deformation of which can pass beyond the elastic limit of the material, is being developed based on the finite element moment scheme and the semi-analytical variant of the finite element method. Due to the representation of displacements by polynomials and the use of iterative methods of solving systems of equations, this approach is developed in relation to the calculation of objects with arbitrary boundary conditions on the ends, which made it possible to expand the area of effective application of the semi-analytical method of finite elements to a new class of problems.

A number of new complex problems of elastic and elastic-plastic deformation of massive and thin-walled prismatic bodies, which have an independent applied value, have been solved.

Keywords. Finite element method (FEM); semi-analytic finite element method (SFEM); elastic and elastic plastic deformation; massive and thin-walled prismatic bodies; solution of systems of linear and nonlinear equations; method of block iterations.

Стаття надійшла до редакції 11.11.2023