

РОЗРАХУНОК ЗАЛІЗОБЕТОННИХ РАМ З ВРАХУВАННЯМ ТРІЩИНОУТВОРЕННЯ

Талят АЗІЗОВ¹, Андрій ЖОЛОБКО²

¹Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини
вул. Садова, 2, м. Умань, Черкаська область, Україна, 20300

²Сумський національний аграрний університет
Вул. Герасима Кондратьєва, 160, Суми, Сумська область, 40000
¹taljat999@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0001-9621-9805>
²azholive@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0002-5433-3260>

Анотація Відомо, що в елементах залізобетонних рам при утворенні тріщин змінюються жорсткісні характеристики, що в свою чергу призводить до суттєвого перерозподілу зусиль між окремими елементами. Програмні комплекси, що зазвичай використовують при проектуванні залізобетонних конструкцій, враховують зміну згинальних жорсткостей стрижневих скінчених елементів у результаті тріщиноутворення. При цьому для отримання достатньої точності, як правило, один елемент рами (колона, ригель) ділять на декілька скінчених елементів, що суттєво збільшує кількість невідомих в системі рівнянь. Крім цього, практично усі програмні комплекси не враховують зміну крутильних жорсткостей стрижневих елементів в результаті тріщиноутворення.

Розрахунок плоских і просторових рам класичним методом переміщень та методом скінчених елементів практично не відрізняється з точки зору кількості невідомих в системі рівнянь. В рамі, яка складається з окремих стрижнів (колон, ригелів) зусилля на різних кінцях кожного стрижня можуть суттєво відрізнятись. Тому при зміні жорсткості в результаті тріщиноутворення (в ітераційному процесі) доводиться змінювати жорсткість всього стрижня, а це також призводить до значних помилок. Для точного розрахунку доводиться кожен стрижень ділити на певну кількість скінчених елементів, що значно збільшує кількість невідомих.

Для усунення цього недоліку у статті запропоновано метод розрахунку просторових та плоских рам з використанням класичного методу переміщень. Але при цьому значення згинальних моментів та реакцій на опорах визначаються
© Т. АЗІЗОВ,
А. ЖОЛОБКО, 2022



Талят АЗІЗОВ
Завідувач кафедри
техніко-технологічних дисциплін
д.т.н., професор.



Андрій ЖОЛОБКО
асистент кафедри будівельних
конструкцій

з урахуванням змінної жорсткості по довжині кожного елемента.

Таким чином не збільшуючи кількість невідомих можна врахувати змінну по довжині стрижня жорсткість. Причому ділення довжини елемента на будь яку кількість ділянок не збільшує кількість невідомих, одночасно уточнюючи результати розрахунку з врахуванням тріщиноутворення. Зміна жорсткостей може бути записана як доволі проста підпрограма в загальній програмі розрахунку.

На прикладі найпростішої просторової рами показана важливість ділення стрижня на декілька ділянок з різної жорсткістю. При цьому кількість невідомих системи рівнянь не збільшується.

Ключові слова. Залізобетонна рама; метод переміщень; скінчений елемент; жорсткість; тріщиноутворення.

АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.

Залізобетонні рами плоскі і просторові досить широко використовуються у будівництві. Це каркаси будівель, естакади, опори для різних споруд і т. ін.

Статичний розрахунок рамних систем не викликає труднощів. Це може бути класичний метод переміщень, метод сил, застосування розрахункових комплексів типу Ліра та ін., в яких реалізовано метод скінчених елементів.

Утворення тріщин змінює жорсткість елементів рамних систем [4, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15], що в свою чергу призводить до суттєвого перерозподілу зусиль між окремими елементами. В Україні для розрахунку залізобетонних систем як правило використовують програми Ліра-САПР, Мономах, Склад. Ці програми враховують зміни згинальних жорсткостей стрижневих скінчених елементів в результаті тріщиноутворення [1, 2, 5, 6]. Однак, зміну крутильних жорсткостей від утворення тріщин жоден з програмних комплексів не враховує (відомо, що в просторових рамних системах з'являються не тільки згинальні, а й крутні моменти). Це призводить до помилок в визначенні зусиль, іноді значних, особливо в системах, що деформуються просторово [8].

Врахування зміни згинальних і крутильних жорсткостей елементів рамних систем не складно виконувати при застосуванні класичного методу переміщень. При цьому кількість невідомих системи рівнянь не відрізняється від кількості невідомих при застосуванні методу скінчених елементів (МСЕ).

В рамній системі часто зусилля на одному та другому кінцях елемента (один ригель, одна колона) може бути різного знаку, а також можуть чисельно суттєво відрізнятися. Тому при зміні жорсткості в результаті тріщиноутворення (в ітераційному процесі) приходиться змінювати цю жорсткість всього стрижня, а це також призводить до значних помилок. Або для більш точного розрахунку слід кожний стрижень ділити на декілька скінчених елементів, що суттєво

збільшує кількість невідомих. Так, наприклад, при розрахунку плоскої п'ятиповерхової двопрогової рами методом переміщень розрахункова схема має 20 невідомих. Якщо кожний стрижень системи (кожну колону і кожний ригель) розбити хоча б на три частини (цього в принципі мало), то кількість невідомих зростає до 120. Якщо розбити кожен елемент на 5 частин, то кількість невідомих буде дорівнювати вже 220, що більше початкової кількості в одинадцять разів! Тому задача розрахунку такої системи з суттєвим зменшенням кількості невідомих є актуальною.

У зв'язку з вищесказаним метою цієї статті є розроблення методики розрахунку рамних систем з врахуванням тріщиноутворення без збільшення кількості невідомих системи рівнянь.

ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Розглянемо п'ятиповерхову двопрогову раму (рис. 1).

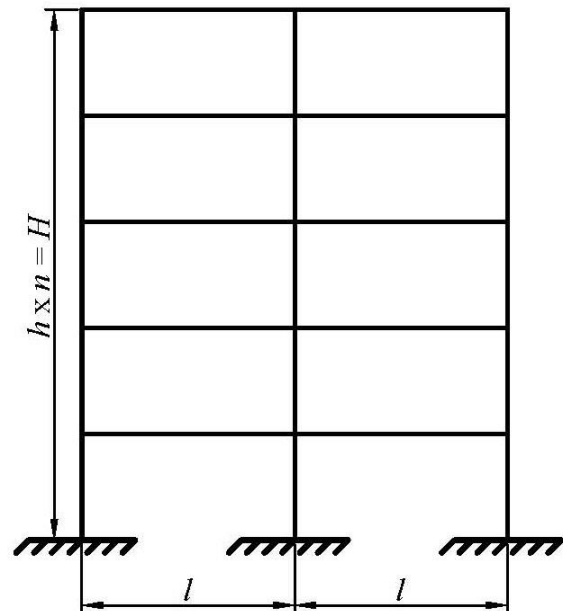


Рис. 1. Схема рами
Fig. 1. Frame scheme

При розрахунку методом переміщень без врахування осьових деформацій стрижнів система має 20 невідомих: по одному куту

повороту в місці кожного перетину вертикальних і горизонтальних стрижнів; одне горизонтальне переміщення на рівні кожного поверху. Відомо, що для розрахунку методом переміщень слід в кожному вузлі задати жорстке закладення, яке перешкоджає повороту вузла, а також горизонтальну в'язь на кожному поверсі, яка перешкоджає горизонтальному переміщенню. Визначення реакцій від повороту вузла на одиницю проводиться за таблицями, які наведені у будь-якому підручнику з будівельної механіки [3]. Вертикальна реакція R_A у вузлі, що повертається на одиницю, згинальний момент M_A в цьому вузлі і згинальний момент M_B в протилежному вузлі визначаються за формулами [3]:

$$R_A = \frac{6 \cdot EJ}{l^2}; M_A = \frac{4 \cdot EJ}{l};$$

$$M_B = \frac{2 \cdot EJ}{l}$$
(1)

Ці реакції, як відомо, визначені для елемента з постійною по довжині жорсткістю. При цьому для визначення реакцій застосовують метод сил [3]. При розрахунку з врахуванням тріщиноутворення жорсткість елемента між двома закладеннями буде змінюватись. Тому реакції на опорах будуть відрізнятися від (1).

Для визначення реакцій від повороту та переміщення закладення елемента зі змінною по довжині жорсткістю розглянемо схему (рис. 2). На рис. 2 через X_1 та X_2 позначені невідомі методу сил відповідно опорний момент та реакція

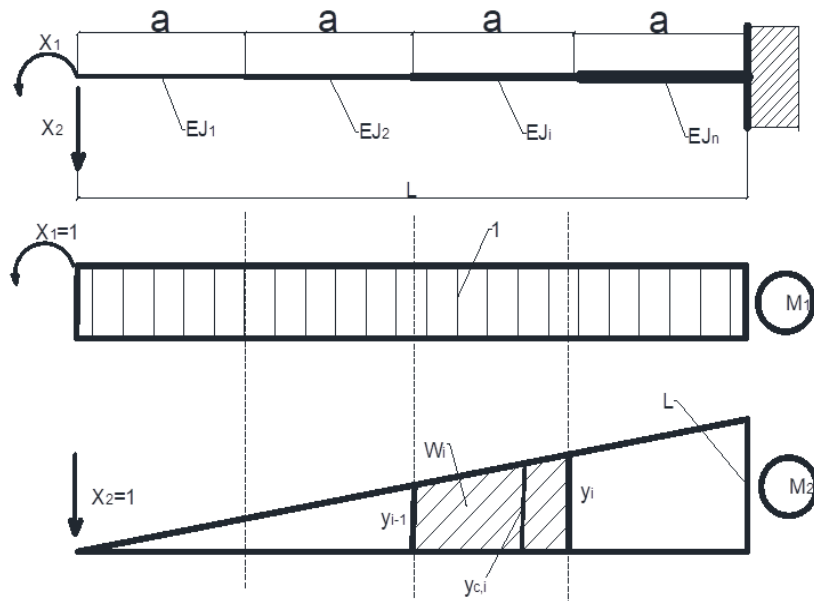


Рис. 2. Схема для визначення реакцій в закладенні
Fig.2. Scheme for determining the reactions in the building

Реакції матимуть значення:

$$R_A^{\varphi} = \frac{1}{\delta_{12} - \frac{\delta_{11}\delta_{22}}{\delta_{21}}}; M_A^{\varphi} = -R_A \frac{\delta_{22}}{\delta_{21}}$$
(2)

Де коефіцієнти системи рівнянь δ_{ik} визначаються за формулами:

$$\delta_{11} = a \sum_{i=1}^n \frac{1}{EJ_i}; \delta_{12} = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i}{EJ_i}; \delta_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i y_{c,i}}{EJ_i}$$
(3)

Іє ω_i , u_{ci} – площа епюри та ордината центру ваги одиничної епюри (див. рис. 2) методом сил (реакції від одиничних переміщень визначаються, як відомо, методом сил), які не важко визначити з рис. 2;

$$R_A^\Delta = \frac{1}{\delta_{22} - \frac{\delta_{21}\delta_{12}}{\delta_{11}}}; M_A^\Delta = -R_A^\Delta \frac{\delta_{12}}{\delta_{11}} \quad (4)$$

де коефіцієнти системи рівнянь δ_{ik} визначаються за тими ж формулами (3). Це пов'язано з тим, що невідомі в обох схемах однакові (момент в лівому закладенні і вертикальна реакція).

$$M_B^\varphi = M_A^\varphi - R_A^\varphi l; M_B^\Delta = M_A^\Delta - R_A^\Delta l \quad (5)$$

Як бачимо, що моменти M_B на протилежних опорах при одиничному переміщенні $\Delta=1$ не рівні моментам M_A , як це має місце при незмінній жорсткості стрижня по його довжині. Реакції і моменти за формулами (2) та (4) мають суттєву різницю з моментами і реакціями за формулами (1).

Якщо розглядати просторову раму, то в її стрижнях окрім згинальних моментів будуть з'являтися крутні моменти. Реактивні крутні моменти для стрижня змінного поперечного перерізу від повороту вузла на одиницю визначаються з розгляду стрижня перемінного перерізу, один кінець якого повертається на одиницю

$$M_{t,A}^\varphi = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{a}{GJ_i}} \quad (6)$$

де GJ_i – крутильна жорсткість i -тої ділянки; a – довжина ділянки; n – кількість ділянок, на яку розділена довжина стрижня.

Маючи вирази для реакцій від одиничних переміщень, слід скласти систему рівнянь методу переміщень для визначення невідомих у вузлах перетину взаємно перпендикулярних стрижнів рамної системи. Тут слід сказати, що коефіцієнти системи канонічних рівнянь методу переміщень $a_{i,k}$ не рівні коефіцієнтам $a_{k,i}$. Це пов'язано з фактом, що

EJ_i – згинальна жорсткість i -тої ділянки; n – кількість ділянок, на які розділено стрижень; $\delta_{21}=\delta_{12}$

Аналогічно будуть визначені реакції від переміщення опори на одиницю $\Delta=1$:

Моменти на протилежних опорах будуть визначатися з очевидних відношень (див. рис. 2):

при повороті на кут $\varphi=1$ опори А (рис. 3, а) момент M_B не буде рівним моменту M_A при повороті опори В (рис. 3, б), тобто $\gamma_{AB} \neq \gamma_{BA}$. Цю особливість слід пам'ятати при складанні системи рівнянь. Але на кількість невідомих це не впливає.

Алгоритм розрахунку з врахуванням змінної жорсткості стрижнів має вигляд:

1. Всі стрижні рамної системи (див. рис. 1) розбиваємо на n частин однакової довжини a . На нульовій ітерації як згинальна жорсткість, так і так і крутильна (для просторових рам) на кожній з ділянок однакова.

2. Проводимо розрахунок за методом переміщень з використанням табличних реакцій (1). В результаті отримаємо значення згинальних моментів на опорах кінцях стрижня (у вузлах перетину стрижнів вертикального та горизонтального напрямку по рис. 1).

3. Знаючи опорні моменти в кожному стрижні, визначаємо моменти в кожній з ділянок кожного стрижня рамної системи.

4. Якщо згинальний момент більший за момент тріщиноутворення, то згинальну жорсткість цієї ділянки змінюємо за будь-якою відомою методикою визначення жорсткості залізобетонного елемента з тріщинами. Якщо враховується і кручення, то крутильну жорсткість рекомендується визначати за методикою автора [8, 9].

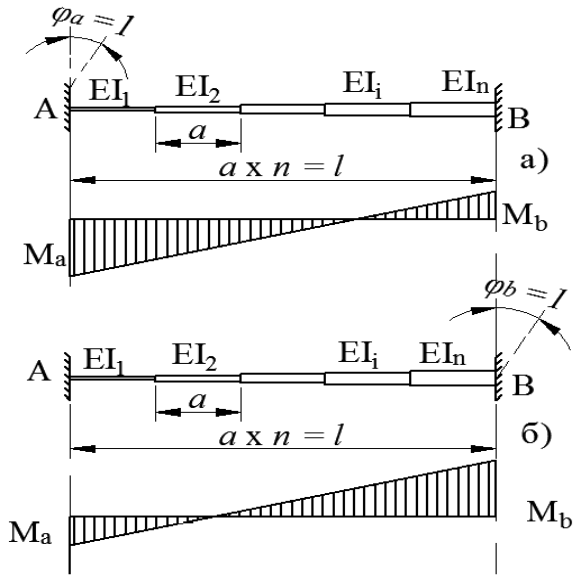


Рис. 3. Схема опорних моментів при повороті:
a - вузла А;
б - вузла В
Fig. 3. Scheme of supporting moments when turning:
a - node A;
b - node B

5. За формулами (2) та (4) визначаємо реакції в місцях умовного закладення методу переміщень і на основі цього визначаємо коефіцієнти канонічних рівнянь.

6. Вирішуємо систему рівнянь. Визначаємо нові опорні моменти (в місцях перетину стрижнів перехресно-стрижневої системи).

7. Розрахунок повторюємо з п. 3 до отримання наперед заданої точності.

При розрахунку плоских рам крутильна жорсткість не фігурує в розрахунках, а тому проводити розрахунок ще простіше. Суть же розрахунку, яка полягає в правильному визначенні опорних моментів метода переміщень не змінюється.

Перевага запропонованого методу полягає в тому, що для отримання потрібної точності з врахуванням зміни жорсткостей елементів від тріщиноутворення не потрібно збільшувати кількість елементів, що призводить до збільшення невідомих. А рамна система (див. рис. 1), де зовнішнє навантаження прикладене у вузлах перетину стрижнів, розраховується не наближено, а точно за допомогою методу переміщень будівельної механіки.

Для пояснення факту впливу розділення стрижня на ділянки без збільшення невідомих розглянемо найпростішу просторову раму, яка показана на рис. 4

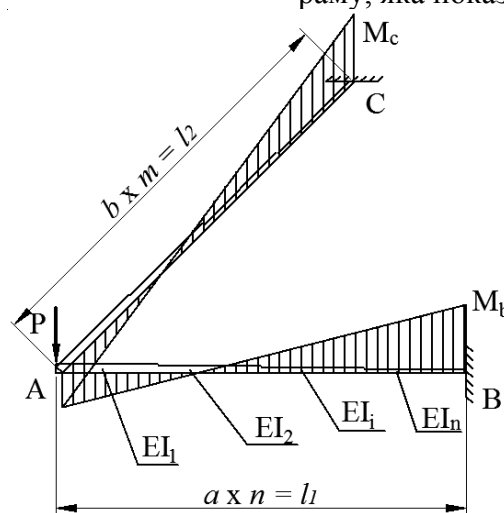


Рис. 4. Схема просторової рами для прикладу
Fig. 4. Schematic of the spatial frame as an example

В такій схемі для точного визначення зусиль достатньо розглянути систему з двох стрижнів: стрижня АВ і стрижня АС. При цьому кількість невідомих буде дорівнювати трьом. Після визначення невідомих (два кути повороту та вертикальне переміщення вузла А) легко визначити згинальні і крутні моменти в цих стрижнях.

При розрахунку з врахуванням зміни жорсткості від утворення тріщин в такій дво-стрижневій схемі доведеться зменшувати жорсткість всього стрижня, тому що в закладенні (точки С та В) згинальний момент перевищує момент тріщиноутворення. Нехай, наприклад при утворенні тріщини жорсткість зменшується у п'ять разів (таке зменшення цілком можливе і навіть в більшій ступені – див, наприклад [4]. Тоді прогин вузла А збільшиться у п'ять разів в порівнянні з пружним розрахунком. Цілком очевидно, що таке спрощення буде дуже наближеним і матиме високу ступінь неточності. Для того, щоб уникнути такої помилки будь-який проєктувальник збільшить кількість скінчених елементів. При поділенні кожного з стрижнів АВ та АС навіть на п'ять частин кількість невідомих зростає з трьох до 27 (в дев'ять разів). Але для отримання прийнятної точності слід поділити кожен стрижень на 10 частин. В такому випадку кількість невідомих буде дорівнювати вже 57. Застосування ж алгоритму розрахунку, що наведений вище, не призводить до збільшення кількості невідомих. Тобто така схема буде мати три невідомих при будь якій кількості ділянок, на які ділиться кожен з стрижнів АВ і АС. Знаючи розподіл моментів по довжині стрижня (див. рис. 4) на кожній ділянці в залежності від наявності або відсутності тріщин задається своя згинальна EJ_i та крутильна GJ_i жорсткості. Далі за формулами 2 та 4 визначаються реакції і вирішується система з трьох канонічних рівнянь методу переміщень і ми отримуємо як переміщення, так і зусилля в кожній точці системи. При цьому чим більшу кількість ділянок ми приймемо, тим точніше буде розрахунок при тій же самій кількості невідомих. При діленні стрижня на п'ять частин точність (для конкретного прикладу) зростає на 35%

в порівнянні з тим, коли жорсткість всього стрижня (і АВ, і АС) ми повністю зменшимо в результаті утворення тріщин.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ДОСЛІДЖЕНЬ.

При розрахунку залізобетонних рам з врахуванням зміни жорсткостей в результаті тріщиноутворення зазвичай змінюють жорсткість всього стрижня (елемента рами) або (для підвищення точності розрахунку) збільшують кількість скінчених елементів. При цьому суттєво збільшується кількість невідомих системи рівнянь. У статті запропоновано застосовувати класичний метод переміщень будівельної механіки, в якому опорні моменти і реакції визначаються для стрижня змінного перерізу. При цьому кількість невідомих в системі рівнянь не збільшується. На простому прикладі показана важливість поділу довжини кожного з стрижнів рами для отримання достатньої точності результатів розрахунку.

У перспективі передбачається експериментальна перевірка методики розрахунку.

ЛІТЕРАТУРА.

1. **Городецкий А.С.** Информационные технологии расчета и проектирования строительных конструкций./Городецкий А.С., Шмуклер В.С., Бондарев А.В. // – Харьков: НТУ ХПИ, 2003 – 889 с.
2. **Городецкий А.С.** «ЛИРА-ПК» - программный комплекс для расчета и проектирования конструкций на персональных компьютерах ./ Городецкий А.С., Олин А.И., Батрак Л.Г // *Препринт НИИАССС.* – К., 1988. – 105 с.
3. **Дарков А.В.** Строительная механика./ Дарков А.В., Шапошников Н.Н. // М.: Высш. школа, 1986. – 607 с.
4. **Карпенко Н.И.** Теория деформирования железобетона с трещинами. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.
5. **Верюжский Ю.В.** Компьютерные технологии проектирования железобетонных конструкций /. Верюжский, В.И. Колчунорв, М.С. Барабаш, Ю.В. Гензерский. // – К.: Книжкове видавництво НАУ, 2006. – 808 с

6. **Перельмутер А.В.** Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – М.: СКАД СОФТ, 2011. – 736 с.
7. **American Concrete Institute (ACI)** “Building Code Requirements for Reinforced Concrete,” ACI 318-89 and “Commentary.” ACI 318R-89, Detroit, 1989, 353pp.
8. **Azizov, T.** Basis of calculation on torsion for reinforced concrete structures with normal cracks (2019). / Azizov, T., Jurkowska, N., Kochkarev, D., //Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures, pp. 1718-1725.
9. **Azizov T.** Consideration of Torsional Rigidity in the Calculation of Plates Using Beam Approximation, / Azizov T., Pereiras R. // *Sciences of Europe*. – 2022. – Vol 1, № 87(2022). – P. 58-61.DOI: 10.24412/3162-2364-2022-87-1-58-61.
10. **EN 1992: Eurocode 2:** Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2002. – 230 p.
11. **Вахненко П.Ф.** Залізобетонні конструкції. / Вахненко П.Ф., Павліков А.М., Горик О.В., Вахненко В.П. –// Київ: Вища школа, 1999. –508 с.
12. **Под. ред. проф. Т.М.Пецоляда и проф. В.В.Тура.** Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования // Учебное пособие для студентов строительных специальностей. – Брест, БГТУ, 2003 – 380 с. ил. – ISBN 985-6584-59-0.
13. **Кочкаръов Д.В.** Розрахунок міцності та жорсткості таврових залізобетонних балок на основі деформаційної моделі / Кочкаръов Д.В. // Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди // Збірник наукових праць. –Рівне, 2013.- Вип.27. –С. 97-103
14. **Кочкаръов Д.В.** Теорія і практика розрахунку залізобетонних згинальних елементів за граничними станами першої та другої груп на основі загальної деформаційної моделі / Кочкаръов Д.В., Бабич В.І. // *Бетон и железобетон в Украине*. – 2012. – № 3. –С.7-14
15. **ACI 318– 95.** Building Code Requirements for Reinforced Concrete. ACI 318– 95 and Commentegeru (318– 95R). – American

Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 1995– 369 p.

REFERENCES

1. **Horodetskyi A.S.** Ynformatsyonnye tekhnolohyy rascheta y proektyrovanyia stroytelnykh konstruksii./Horodetskyi A.S., Shmukler V.S., Bondarev A.V. // – *Kharkov: NTU KhPY*, 2003 – 889 s.
2. **Horodetskyi A.S.** «LYRA-PK» - prohrammnyi kompleks dlia rascheta y proektyrovanyia konstruksyi na personalnykh kompiuterakh ./ Horodetskyi A.S., Olyn A.Y., Batrak L.H // *Preprynt NYASSS*. – K., 1988. – 105 s.
3. **Darkov A.V.** Stroytelnaia mekhanyka./ Darkov A.V., Shaposhnykov N.N. // М.: *Vyshh. shkola*, 1986. – 607 s.
4. **Karpenko N.Y.** Teoryia deformatyvnykh zhelezobetona s treshchynamy. – М.: *Stroiizdat*, 1976. – 208 s.
5. **Veriuzhskiy Yu.V.** Kompiuternye tekhnolohyy proektyrovanyia zhelezobetonnykh konstruksyi /. Veriuzhskiy, V.Y. Kol-chunorv, M.S. Barabash, Yu.V. Henzerskyi. // – K.: *Knyzhkove vydavnytstvo NAU*, 2006. – 808 s.
6. **Perelmuter A.V.** Raschetnye modeli sooruzheniy y vozmozhnostykh analiza / A.V. Perelmuter, V.Y. Slyvker. – М.: *SKAD SOFT*, 2011. – 736 s.
7. **American Concrete Institute (ACI)** “Building Code Requirements for Reinforced Concrete,” ACI 318-89 and “Commentary.” ACI 318R-89, Detroit, 1989, 353pp.
8. **Azizov, T.** Basis of calculation on torsion for reinforced concrete structures with normal cracks (2019), / Azizov, T., Jurkowska, N., Kochkarev, D. Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures, pp. 1718-1725.
9. **Azizov T., Pereiras R.** Consideration of Torsional Rigidity in the Calculation of Plates Using Beam Approximation // *Sciences of Europe*. – 2022. – Vol 1, № 87(2022). – P. 58-61.DOI: 10.24412/3162-2364-2022-87-1-58-61.
10. **EN 1992: Eurocode 2:** Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2002. – 230 p.
11. **Vakhnenko P.F.,** Zalizobetonni konstruksii. / Vakhnenko P.F., Pavlikov A.M., Horyk O.V., Vakhnenko V.P. – //Kyiv: *Vyshcha shkola*, 1999. –508 s.

12. **Pod. red. prof. T.M.Petsolda y prof. V.V.Tura.** Zhelezobetonnye konstruktsyy. Osnovy teoryy, rascheta y konstruyrovaniya // Uchebnoe posobyie dlia studentov stroytelnykh spetsyalnostei. - *Brest, BHTU, 2003* - 380 s. yl. - ISBN 985-6584-59-0.
13. **Kochkarov D.V.** Rozrakhunok mitsnosti ta zhorstkosti tavrovykh zalizobetonnykh balok na osnovi deformatsiinoi modeli / Kochkarov D.V. // Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy // *Zbirnyk naukovykh prats. – Rivne, 2013.*-Vyp.27. -S. 97-103
14. **Kochkarov D.V.** Teoriia i praktyka rozrakhunku zalizobetonnykh zghynalnykh elementiv za hranychnymi stanamy pershoi ta druhoi hrup na osnovi zahalnoi deformatsiinoi modeli / Kochkarov D.V., Babych V.I. // *Beton i zhelezobeton v Ukraini. – 2012. – № 3. –S.7-14*
15. **ACI 318– 95.** Building Code Requirements for Reinforced Concrete. ACI 318– 95 and Commentegeru (318– 95R). – *American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 1995– 369 p.*

CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE FRAMES WITH REGARD TO CRACKING

*Talyat AZIZOV
Andriy ZHOLOBKO*

Summary. It is known that in the elements of reinforced concrete frames during the formation of cracks, the stiffness characteristics change, which in turn leads to a significant redistribution of forces between the individual elements. Software complexes usually used in the engineering of reinforced concrete constructions take into account the change in bending stiffnesses of rod finite elements as a result of cracking. In this case, in order to obtain sufficient accuracy, as a rule, one element of the frame (column, transom) is split into several finite elements, which significantly increases the number of unknowns in the system of equations. In addition, almost all software complexes do not take changes in the torsional stiffness of rod elements as a result of cracking into consideration.

Calculation of plane and spatial frames by classical displacement method and finite element method does not practically differ in terms of the number of unknowns in the system of equations. In a frame consisting of individual rods (columns, transoms), the forces at the different ends of each rod can differ significantly. Therefore, if the stiffness changes as a result of cracking (in an iterative process), the stiffness of the entire rod has to be changed, and this also leads to significant errors. To calculate accurately, we have to divide each rod into a certain number of finite elements, which greatly increases the number of unknowns.

To eliminate this disadvantage, the paper proposes a method for calculating spatial and planar frameworks using the classical method of displacements. But in this case the values of bending moments and reactions on the supports are determined taking into consideration the variable stiffness along the length of each element. Thus, without increasing the number of unknowns, it is possible to take into consideration the stiffness variable along the length of the rod. Moreover, dividing the length of the element into any number of sections does not increase the number of unknowns, while refining the calculation results with regard to cracking. Changing the stiffnesses can be written as a fairly simple subprogram in the general calculation program. On the example of the simplest spatial frame, the importance of dividing the rod into several sections with different stiffnesses is shown. In this case, the number of unknown systems of equations does not increase.

Keywords. Reinforced concrete frame; displacement method; finite element; stiffness; cracking.

Стаття надійшла до редакції 10.05.22